Übungsblatt 1

Aufgabe 1. Gegeben seien die folgenden linearen Gleichungssysteme. Sind diese lösbar? Wenn ja, gibt es eine eindeutige Lösung? Wenn nein, woran sieht man das? Geben Sie ggf. die Lösung(en) an!

(a)
$$\begin{aligned} 1\cdot x+2\cdot y+3\cdot z &= 1\\ 4\cdot x+5\cdot y+6\cdot z &= 2\\ 7\cdot x+8\cdot y+9\cdot z &= 3 \end{aligned}$$

(b)
$$\begin{aligned} 1\cdot x+2\cdot y+3\cdot z &= 1\\ 4\cdot x+5\cdot y+6\cdot z &= 2\\ 7\cdot x+8\cdot y+9\cdot z &= 2 \end{aligned}$$

(c)
$$\begin{aligned} 1\cdot x+2\cdot y+3\cdot z &= 1\\ 3\cdot x+5\cdot y+6\cdot z &= 2\\ 7\cdot x+8\cdot y+9\cdot z &= 3 \end{aligned}$$

Aufgabe 2. Gegeben seien die folgenden Punktepaare:

(a) $(x_1, y_1) = (0, 3)$, $(x_2, y_2) = (2, 4)$, $(x_3, y_3) = (-4, 1)$

(b) $(x_1, y_1) = (0, 1)$, $(x_2, y_2) = (2, 5)$, $(x_3, y_3) = (-1, 2)$

Zeichnen Sie zunächst die Punktepaare in jeweils ein Koordinatensystem ein!

Entscheiden Sie: Gibt es für die Punktepaare in (a) bzw. (b) eine Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ der Form $f(x) = ax + b$, wobei $a, b \in \mathbb{R}$ fest sind, mit $f(x_i) = y_i$ für alle $i = 1, \dots, 3$? Falls ja, geben Sie eine Funktion f der obigen Form an! Ist so eine Funktion, wenn sie existiert, eindeutig? (Geben Sie auch eine Begründung für die Antworten an!)

In den Fällen ((a) oder (b)), wo das nicht geht: Gibt es eine Funktion $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ der Form $g(x) = ax^2 + bx + c$, wobei $a, b \in \mathbb{R}$ fest sind, so dass (x_i, y_i), $i = 1, \dots, 3$, auf dem Graphen von g liegen? Falls ja, geben Sie eine Funktion g der obigen Form an!

Zeichnen Sie die Graphen der angegebenen Funktionen auch in die „zugehörigen“ Koordinatensysteme ein!

Bitte wenden!

Späteste Abgabe: Mi, 16.4.2008, 10 Uhr

Angela Holtmann

Aufgabe 3. Beim Gauß-Algorithmus haben wir Zeilenumformungen durchgeführt, um ein lineares Gleichungssystem in ein äquivalentes lineares Gleichungssystem umzuwandeln, also eines, das die gleiche Lösungsmenge besitzt. Unter anderem war dazu die Multiplikation von Zeilen mit Faktoren aus $\mathbb{R}\backslash\{0\}$ erlaubt. Sei A die Lösungsmenge des ursprünglichen linearen Gleichungssystems.

Zeigen Sie: Lassen wir auch Multiplikationen von Zeilen mit dem Faktor 0 zu und bezeichnen wir die Lösungsmenge des neuen linearen Gleichungssystems mit B, so gilt $A \subseteq B$.

Geben Sie für alle $n \in \mathbb{N}$ ein lineares Gleichungssystem mit n Unbekannten an, für das immer $A \subsetneq B$ gilt, wenn man irgendeine Zeile mit 0 multipliziert (mit Begründung)!

Geben Sie für alle $n \in \mathbb{N}$ ein lineares Gleichungssystem mit n Unbekannten an, für das immer $A = B$ gilt, wenn man irgendeine Zeile mit 0 multipliziert (mit Begründung)!

Aufgabe 4. Wir nehmen an, es gibt genau drei Arten von Bakterien, die Arten A, B und C. Diese können durch die Nährstoffe N_1, N_2 und N_3 ernährt werden. Ein Bakterium A verbraucht pro Tag 2 Einheiten von Nährstoff N_1, 5 Einheiten von N_2 und 8 Einheiten von N_3. Bei einem Bakterium B sind es pro Tag 1 Einheit von N_1, 3 Einheiten von N_2 und 7 Einheiten von N_3. Ein Bakterium C braucht an einem Tag 3 Einheiten des Nährstoffs N_1, 6 Einheiten von N_2 und 9 Einheiten von N_3. Insgesamt gibt es für einen Tag 3000 Einheiten von N_1, 6000 Einheiten von N_2 und 9000 Einheiten von N_3.

Wieviele Bakterien von welcher Art können während des Tages ernährt werden, wenn alle Nährstoffe aufgebraucht werden sollen?

Hier noch einige wichtige *Informationen zur Vorlesung und den Übungen*:

Pro Woche werden (in der Regel) vier Übungsaufgaben gestellt, die von den Tutoren korrigiert und mit Punkten versehen werden. Die Übungen dürfen in einzeln oder in Zweiergruppen abgegeben werden, wobei bei Gruppenabgabe erwartet wird, dass *jeder* der beiden bereit ist, alle Aufgaben – nicht nur die selbst aufgeschriebenen – im Tutorium vorzurechnen und zu erläutern. Die Lösungen der Aufgaben sind jeweils bis zum folgenden Mittwoch, 10 Uhr (auf DIN-A4-Blättern und mit Namen versehen) in das Postfach des jeweiligen Tutors/der jeweiligen Tutorin zu werfen.

Am Ende des Semesters wird eine Klausur geschrieben. Zulassungsvoraussetzungen sind die *Bearbeitung aller Übungsaufgaben*, wobei *mindestens die Hälfte davon richtig gelöst* sein sollte, sowie die *regelmäßige Teilnahme und Mitarbeit in den Tutorien*.

Eine Homepage zur Vorlesung mit aktuellen Informationen ist unter

`http://www.math.uni-bielefeld.de/~aholtman/biologen.html`

zu finden.

Späteste Abgabe: Mi, 16.4.2008, 10 Uhr

Angela Holtmann