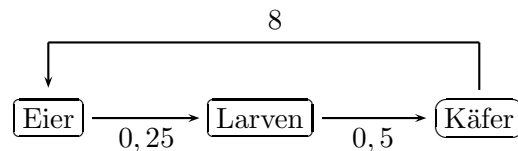


ÜBUNGSBLATT 14

Aufgabe 1. Gegeben sei folgende monatliche Entwicklung einer Käferpopulation.



Berechnen Sie die Anzahl der Eier, der Larven und der Käfer über einen Zeitraum von zwölf Monaten (also für den ersten Monat, den zweiten Monat etc. bis zum zwölften Monat nach Beobachtungsbeginn), wenn zu Beginn der Beobachtung 20 Eier, 10 Larven und 7 Käfer vorhanden sind!

Zeichnen Sie die Populationsdaten in drei Koordinatensysteme (eines für die Eier, eines für die Larven und eines für die Käfer) ein!

(Die Pfeile sollen bedeuten: Ein Viertel der Eier entwickelt sich innerhalb eines Monats zu Larven weiter (und der Rest wird gefressen oder verendet sonst irgendwie), die Hälfte der Larven entwickelt sich innerhalb eines Monats zu Käfern weiter (der Rest verschwindet auch auf die ein oder andere Art und Weise aus dem System), und jeder Käfer legt acht Eier pro Monat und stirbt (oder verschwindet im Laufe des Monats ebenfalls aus dem System).)

Aufgabe 2.

(a) Bestimmen Sie die Tangentialebene an das Paraboloid

$$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z = -2x^2 - 3y^2 + 8\}$$

in den Punkten $(1, 1, 3)$ und $(2, -1, -3)$.

(b) Berechnen Sie das Volumen zwischen der x - y -Ebene und dem Graphen der Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, f(x, y) := x^2 + y^2$$

auf dem Flächenstück

$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 2, \quad 0 \leq y \leq 2\}.$$

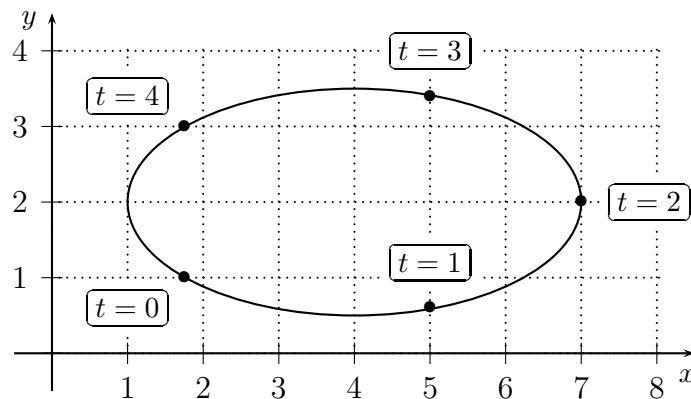
(Bitte wenden!)

Aufgabe 3. Betrachten Sie die Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, f(x, y) = x \cdot y \cdot (x + y - 1) = x^2y + xy^2 - xy.$$

- Bestimmen Sie die kritischen Punkte der Funktion (und unter ihnen die lokalen Maxima und Minima).
- Bestimmen Sie die Punkte, die zu der Höhenlinie $H_f(0)$ gehören, also die Nullstellenmenge der Funktion!
- Zeichnen Sie $H_f(0)$ in ein Koordinatensystem ein! Markieren Sie die entstehenden Gebiete mit $+$, falls die Funktion f auf dem Gebiet positive Werte annimmt, und mit $-$, falls sie dort negative Werte annimmt. (Tipp: Zeichnen Sie auch die lokalen Maxima und Minima von f in das Koordinatensystem ein!)

Aufgabe 4. Wir betrachten ein Haifisch-Beutefisch-System, das auf einer Kurve oszilliert, wobei die Anzahl der Haifische in y -Richtung, die der Beutefische in x -Richtung angegeben ist. Es sind einige Zeitpunkte ($t = 0, 1, 2, 3, 4$) mit den zugehörigen Positionen markiert.



- Skizzieren Sie in einem t - x -Koordinatensystem die Populationsentwicklung der Beutefische und in einem t - y -Koordinatensystem die Populationsentwicklung der Haifische!
- Beschreiben Sie mit Worten die Phasenverschiebungen der beiden Kurven!