

## ÜBUNGSBLATT 7

**Aufgabe 1.** In einem jungen Wald nimmt die Holzmenge (beinahe) exponentiell zu. Die jährliche Zuwachsrate betrage vier Prozent.

- (a) Welche Zunahme des Waldes wird innerhalb von fünf Jahren erwartet?
- (b) Wieviele Jahre braucht der Wald, damit die Holzmenge doppelt so groß ist wie zu Beginn?
- (c) Nach wieviel Jahren ist dreimal soviel Holz vorhanden?

*Hinweis:* Statt der Verdoppelungszeit ist hier also die *Verdreifachungszeit* zu berechnen. Dazu sollte man (analog zur Verdoppelungszeit) eine Formel aufstellen, die einem die Verdreifachungszeit liefert, nachweisen, dass die Formel richtig ist, und sie anschließend auf das Problem anwenden.

**Aufgabe 2.** Zur Bestimmung des Alters von Fossilien wird meist die sogenannte  $^{14}\text{C}$ -Methode angewandt. Diese beruht auf der Tatsache, dass  $^{14}\text{C}$ -Atome eine Halbwertszeit von 5730 Jahren haben.

Angenommen, wir haben zu Anfang  $n$   $^{14}\text{C}$ -Atome in einer Substanz gefunden.

- (a) Wieviel Atome sind nach 30 Jahren noch vorhanden?
- (b) Wie lange müssten wir warten, bis nur noch vier Fünftel der  $n$  Atome vorhanden sind?

### Aufgabe 3.

- (a) Angenommen, jedes weibliche Kaninchen in einer Population hat genau sechs weibliche Nachkommen. Wieviele weibliche Nachkommen eines bestimmten weiblichen Kaninchens der ersten Generation sind in der zehnten Generation vorhanden?
- (b) Wir betrachten ein Spielfeld eines Mühlespiels. Wir gehen die Ecken von links nach rechts und dann von oben nach unten durch und legen auf die erste Ecke eine Erbse. Die zweite Ecke erhält zwei Erbsen. Auf die dritte Ecke legen wir vier Erbsen etc. Wir legen also auf die  $(n+1)$ -te Ecke immer doppelt so viele Erbsen wie auf der  $n$ -ten Ecke liegen. Wieviele Erbsen brauchen wir dazu?
- (c) Nun legen wir auf die erste Ecke eine Erbse, auf die zweite Ecke zwei Erbsen und auf die dritte Ecke drei Erbsen etc. Wir legen also auf die  $n$ -te Ecke immer  $n$  Erbsen. Wieviele Erbsen benötigen wir dann?

(Bitte wenden!)

**Aufgabe 4.** In einem englischen Nationalpark leben 3 000 braune Eichhörnchen und 4 500 graue Eichhörnchen. Die grauen Eichhörnchen haben eine Zuwachsrate von zwei Prozent pro Jahr, die braunen eine Zuwachsrate von drei Prozent pro Jahr.

- (a) Wie lange müssen wir warten, bis es genauso viele braune Eichhörnchen wie graue Eichhörnchen gibt?
- (b) Was ändert sich, wenn wir statt der Zuwachsrate pro Jahr die momentane Wachstumsrate betrachten und die momentane Wachstumsrate für die grauen Eichhörnchen zwei Prozent und für die braunen drei Prozent beträgt?