
KLAUSUR
MATHEMATIK FÜR BIOLOGEN, BIOTECHNOLOGEN UND BIOCHEMIKER
SOMMERSEMESTER 2008

Name

Matrikelnummer

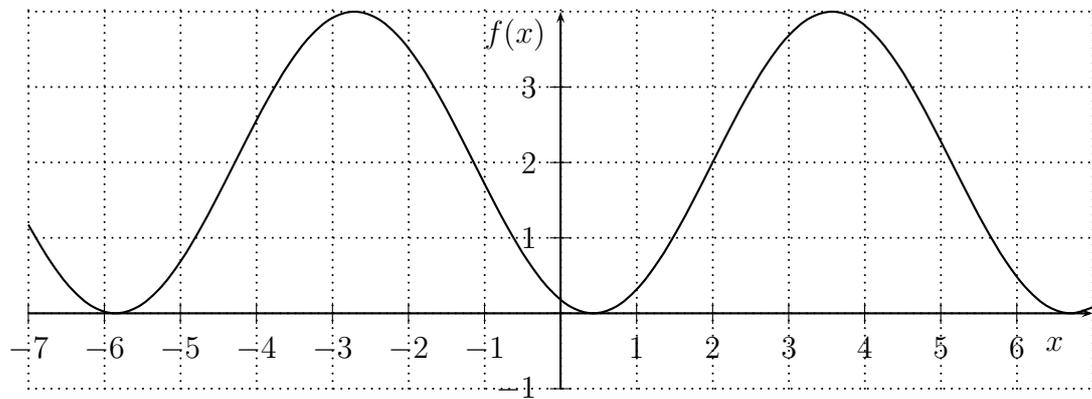
Studiengang (ggf. KF oder NF)

50% der Punkte erreicht? (Ja/Nein)

Individuelle Ergänzung? (Ja/Nein)

Benötet oder unbenötet?

benötigte LP

Aufgabe 1.

Bestimmen Sie zu dem oben gezeichneten Funktionsgraphen die zugehörige Funktion f ! Hier handelt es sich um eine linear skalierte Sinusfunktion, also eine Funktion der Form

$$f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x + c) + d.$$

Geben Sie auch an, aus welchen Daten der Funktion Sie die *Parameter* $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ bestimmt haben!

Name

Matrikelnummer

Aufgabe 2. Bestimmen Sie die Höhenlinien $H_f(7)$ der Funktion

$$f(x, y) = 4x^2 - 8xy + 4y^2 + 7,$$

also genau die Stellen (x, y) , an der die Funktion f den Wert 7 annimmt, und zeichnen Sie diese in ein Koordinatensystem ein!

Name

Matrikelnummer

Aufgabe 3. Gegeben seien die beiden Vektoren $(2, 1, 3)$ und $(3, 5, 6)$ im \mathbb{R}^3 . Berechnen Sie die *Länge der beiden Vektoren* und den *Winkel*, in dem die beiden Vektoren aufeinanderstehen!

Name

Matrikelnummer

Aufgabe 4. Berechnen Sie den Mittelwert der Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) := 3x^2 - 4x$ auf dem Intervall $[-3, 2]$.

Es darf verwendet werden, dass die Funktion $G(x) := \frac{1}{n+1}x^{n+1}$ eine Stammfunktion zur Funktion $g(x) := x^n$ ist. Außerdem dürfen die üblichen Integrations- bzw. Ableitungsregeln verwendet werden, z. B. die Summenregel etc.

Name

Matrikelnummer

Aufgabe 5. Bestimmen Sie die Tangentialebene an das Paraboloid

$$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z = 9x^2 + 7y^2 - 2\}$$

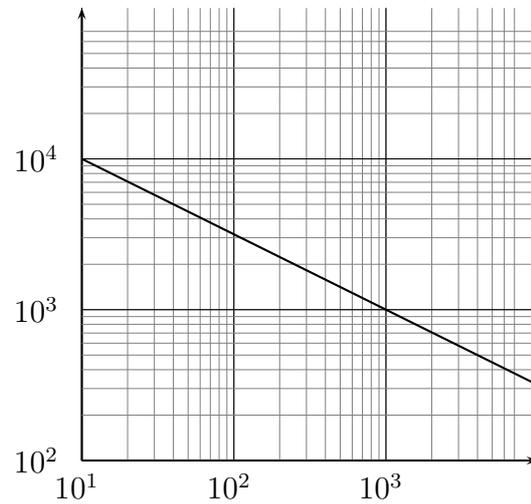
in dem Punkt $(3, 2, 107)$. Geben Sie dazu auch den *Lösungsansatz* an!

(Es reicht, *eine* der beiden Formen für Tangentialebenen (entweder parametrisiert oder durch Gleichungen beschrieben) anzugeben.)

Name

Matrikelnummer

Aufgabe 6. Welche Funktion ist in dem folgenden Koordinatensystem dargestellt?



Es sind (genügend viele) *Punkte* am Funktionsgraphen abzulesen (und hinzuschreiben) und der *Lösungsansatz* hinzuschreiben. Anschließend ist die *Lösung* zu berechnen – hierzu darf ein Taschenrechner verwendet werden.

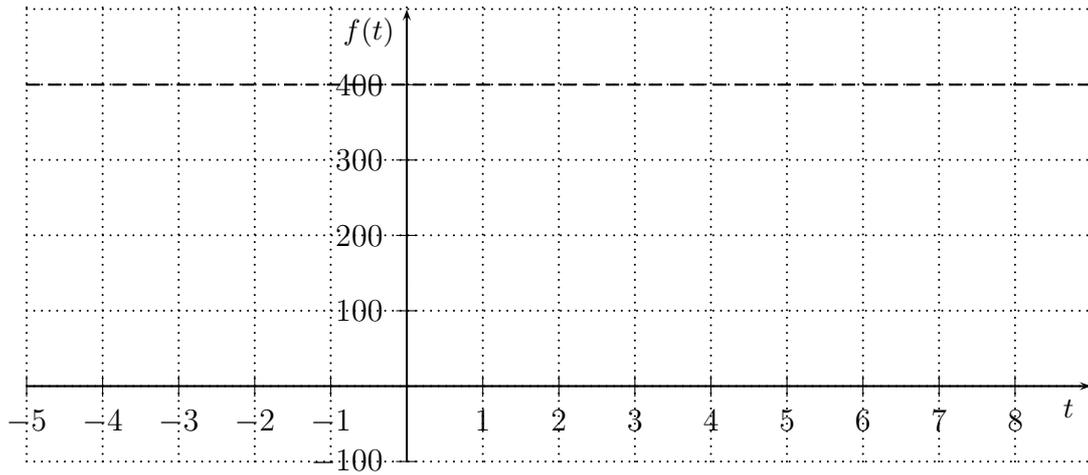
Aufgabe 7. Berechnen Sie die Taylorreihen der folgenden Funktionen! Schreiben Sie dazu zunächst den *Ansatz* für die Taylorreihe der Funktionen hin und rechnen Sie sie dann aus! (Verwendet werden dürfen die Rechenregeln für Ableitungen und die Formeln für die Ableitungen von Polynomfunktionen sowie die Ableitungen von Sinus und Kosinus.)

- $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) := 12x^3 - 4x^2 + 7x - 6$
- $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) := \cos(x) - 2 \sin(x)$

Name

Matrikelnummer

Aufgabe 8. Skizzieren Sie den Graphen einer logistischen Funktion $f(t)$ mit Wachstums-
schranke $B = 400$ und $f(2) = 200$.



Name

Matrikelnummer

Aufgabe 9. Gegeben sei eine Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit den Funktionswerten $f(5) = 5$ und $f(9) = 8$. Bestimmen Sie die Funktionsgleichung, wenn f eine Exponentialfunktion ist!

Schreiben Sie dazu zunächst den *Lösungsansatz* hin, und bestimmen Sie dann die beiden *Parameter* für die Exponentialfunktion!

Aufgabe 10. Gegeben seien die drei Differentialgleichungen

a) $y'(t) = 3t^2$

b) $y'(t) = y(t)$

c) $y'(t) = 2t$

Ordnen Sie die Differentialgleichungen den auf der nächsten Seite abgebildeten Richtungsfeldern zu (mit *Begründung*)!

Bild 1

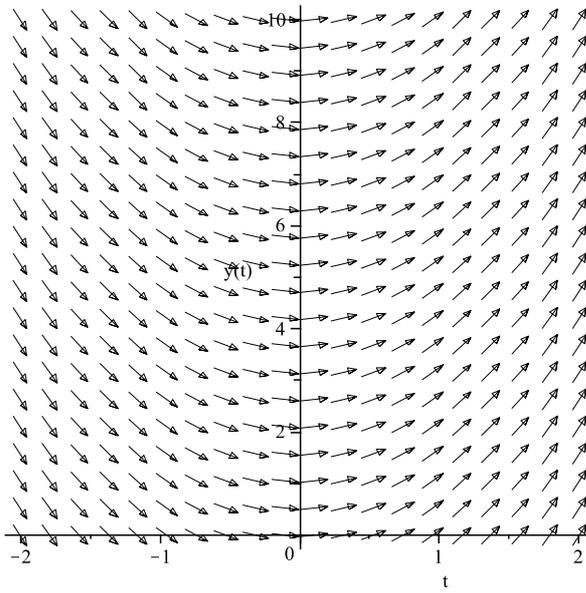


Bild 2

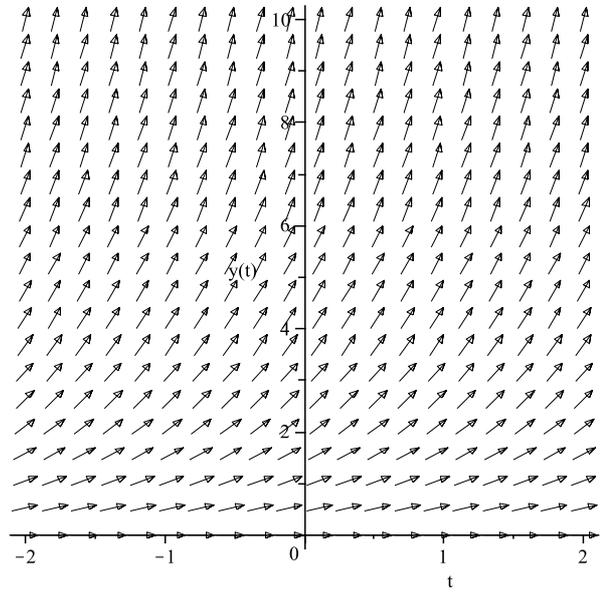
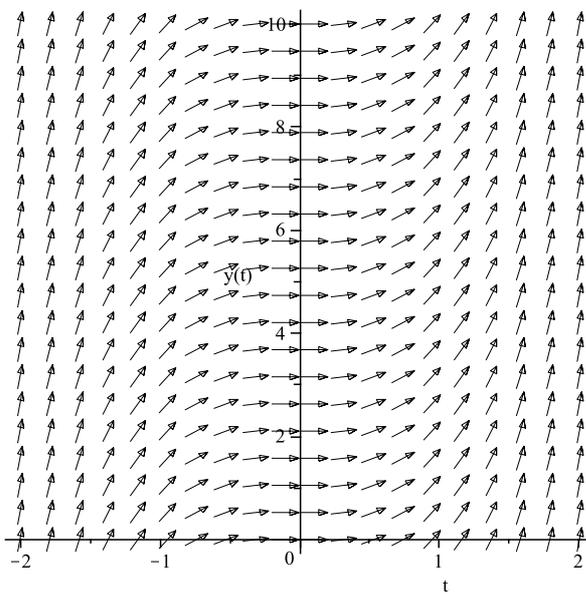


Bild 3



Aufgabe 11. Gegeben sei folgendes Differentialgleichungssystem

$$h'(t) = 28 \cdot h(t) - 7 \cdot f(t) \cdot h(t),$$

$$f'(t) = -36 \cdot f(t) + 2 \cdot f(t) \cdot h(t),$$

das ein Räuber-Beute-System von Hasen und Füchsen (mit der Hasenanzahlfunktion h und der Fuchsanzahlfunktion f) beschreibt.

- Wie groß ist die mittlere Hasenanzahl in dem System?
- Wie groß ist die mittlere Fuchsanzahl in dem System?

Name

Matrikelnummer

Aufgabe 12. Gegeben seien die Datenpaare

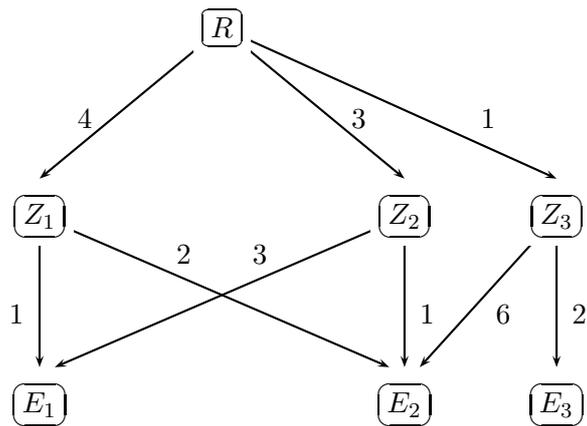
$$(x_1, y_1) = (0, 1), \quad (x_2, y_2) = (1, 1), \quad (x_3, y_3) = (3, 5) \quad \text{und} \quad (x_4, y_4) = (4, 5).$$

Bestimmen Sie die Konstanten a und b für die Regressionsgerade

$$f(x) = ax + b.$$

Geben Sie auch die dazu *verwendete Formel* an!

Aufgabe 13. Gegeben sei folgender Produktionsprozess. Aus einer Einheit eines Rohstoffs R werden die Zwischenprodukte Z_1 , Z_2 und Z_3 (in den jeweiligen Mengen) hergestellt, anschließend wird aus einer Einheit des jeweiligen Zwischenproduktes die angegebene Menge der Endprodukte E_1 , E_2 und E_3 hergestellt.

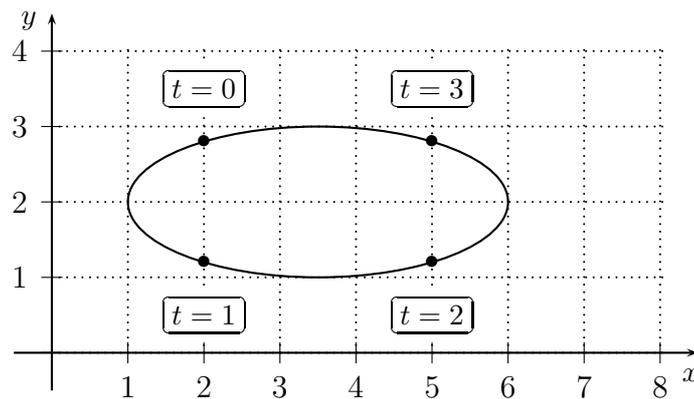


Finden Sie eine Matrix, die den Gesamtprozess beschreibt, und berechnen Sie, wieviel von den drei Endprodukten erzeugt werden kann, wenn am Anfang drei Einheiten des Rohstoffs R zur Verfügung stehen!

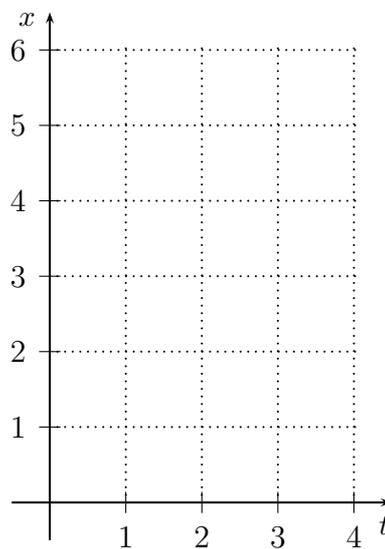
Zu bestimmen sind also zwei Matrizen für die Einzelprozesse, und anschließend ist das *Produkt der beiden Matrizen* zu berechnen (und daraus dann die *Mengen der entstehenden Endprodukte* E_1 , E_2 und E_3).

Aufgabe 14. Wir betrachten ein Haifisch-Beutefisch-System, das auf einer Kurve oszilliert, wobei die Anzahl der Haifische in y -Richtung, die der Beutefische in x -Richtung angegeben ist. Es sind einige Zeitpunkte ($t = 0, 1, 2, 3$) mit den zugehörigen Positionen markiert.

Zum Zeitpunkt $t = 4$ seien genauso viele Beutefische und genauso viele Haifische vorhanden wie zum Zeitpunkt $t = 0$.



Skizzieren Sie in dem untenstehenden t - x -Koordinatensystem die Populationsentwicklung der Beutefische (für $t \in [0, 4]$)!



Aufgabe 15. Gegeben sei im Jahr 2008 ein Anfangskapital von 15.000 Euro. Die jährliche Zinsrate betrage 5 Prozent.

- Wie lange dauert es, bis sich das Kapital verdoppelt hat?
- Wie groß ist die jährliche Zuwachsrate?
- Wie groß ist die momentane Wachstumsrate?