10. Übungsblatt

Abgabe: Donnerstag, 6. Juli 2017 vor 10 Uhr

Aufgabe 1 Sei V der $\mathbb{R}$-Vektorraum $\mathbb{R}^4$ und sei $B := \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$ die Standardbasis von V.

(a) Zeigen Sie, dass $M = \{(1, 1, 1, 3), (2, 4, 5, 0)\}$ linear unabhängig ist.

(b) Setzen Sie wie in dem Steinitz'schen Austauschsatz M mit Vektoren aus B zu einer Basis von V fort.

Aufgabe 2 Sei V der $\mathbb{R}$-Vektorraum $\mathbb{R}^5$.

(a) Geben Sie zwei verschiedene Basen B_1 und B_2 von V an.

(b) Bestimmen Sie die Koordinatenvektoren von $(1, 2, 3, 2, 1)$ und $(0, 5, 2, 1, 0)$ bezüglich B_1 und bezüglich B_2.

Aufgabe 3 Sei V ein K-Vektorraum der Dimension n. Zeigen Sie: Jedes Erzeugendensystem C von V besteht aus mndestens n Vektoren. Gleichheit gilt genau dann, wenn C eine Basis von V ist.

Aufgabe 4 Sei V der $\mathbb{R}$-Vektorraum $\mathbb{R}^4$.

(a) Überprüfen Sie, ob gilt

$$V = \langle (1, 0, 1, 1), (-1, 1, 0, 0) \rangle \oplus \langle (1, 0, 1, 0), (1, 1, 1, 1) \rangle.$$

(b) Sei $U = \langle (1, 2, 0, 1), (1, 0, 2, 2), (3, 2, 4, 5) \rangle$. Bestimmen Sie ein Komplement zu U in V.