

6. Aufgabenblatt

Aufgabe 6.1. (5 Punkte) Zeigen Sie, dass die folgenden Funktionen $f: D_2(0) \rightarrow \mathbb{C}$ keine holomorphe Stammfunktion besitzen. Hier $D_2(0)$ ist der Ball mit Radius 2 um 0 in \mathbb{C} .

- a) $f(z) = |z|^2$
- b) $f(z) = \operatorname{Re}(z)$

Aufgabe 6.2. (5 Punkte) Berechnen Sie die folgenden Integral entlang des positiv orientierten Randes ∂R des Rechtecks $R = \{a + bi \mid a \in [0, 3], b \in [-2, 2]\}$.

- a) $\int_{\partial R} \frac{1}{z - 3i} dz$
- b) $\int_{\partial R} (\operatorname{Re}(z) + \operatorname{Im}(z)) dz$
- c) $\int_{\partial R} \exp(z) dz$

Aufgabe 6.3. (5 Punkte) Sei k eine nicht negative ganze Zahl und r eine positive reelle Zahl.

- a) Geben Sie für jedes k und r eine geschlossene Kurve $\gamma_{k,r}: [0, 1] \rightarrow \mathbb{C}$ entlang des Kreises um den Ursprung mit Radius r , die sich k -mal um den Ursprung windet.
- b) Berechnen Sie das Integral

$$\int_{\gamma_{k,r}} \frac{1}{z} dz.$$

Aufgabe 6.4. (5 Punkte) Sei $\gamma: [0, 1] \rightarrow \mathbb{C}$ eine stückweise glatte, geschlossene Kurve. Zeigen Sie, dass

$$\int_{\gamma} z dz = 0$$

ohne Verwendung einer Integralformel.