Prof. Dr. Etienne Emmrich
Universität Bielefeld Wintersemester 2010/11

Evolutionsgleichungen und Anwendungen

3. Übungsblatt

Abgabe am 17.11.2010

Aufgabe 3.1

(i) Zeige, daß Funktionen aus $\mathcal{C}([0,T];X)$ stets Bochner-integrierbar sind.

(ii) Was versteht man unter Demistetigkeit?

(iii) Folgt Bochner-Integrierbarkeit auch aus der Demistetigkeit der Funktion $u : [0,T] \to X$?

Aufgabe 3.2

Seien X, Y Banach-Räume.

(i) Sei $1 \le q \le p \le \infty$ und $X \hookrightarrow Y$. Zeige

$$L^p(0,T;X) \hookrightarrow L^q(0,T;Y).$$

(ii) Ist $1 \le p \le \infty$, so ist $\mathcal{C}([0,T];X)$ stetig eingebettet in $L^p(0,T;X)$.

Aufgabe 3.3

(i) Sei die abstrakte Funktion $\tilde{u} : [0,T] \to L^p(a,b)$ $(p \in [1,\infty))$ Bochner-meßbar. Zeige, daß die zugehörige reellwertige Funktion $u = u(x,t) : [a,b] \times [0,T] \to \mathbb{R}$, definiert durch $u(x,t) = [\tilde{u}(t)](x)$, Lebesgue-meßbar ist.

(ii) Zeige $L^p(0,T;L^p(a,b)) \cong L^p((a,b) \times (0,T))$ $(p \in [1,\infty))$.