

Inhaltsverzeichnis zur Vorlesung

EVOLUTIONSGLEICHUNGEN UND ANWENDUNGEN

Wintersemester 2010/11

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung

- 1.1 Anwendungsbeispiele
 - 1.1.1 Wärmeleitgleichung
 - 1.1.2 Wellengleichung
- 1.2 Schwache Formulierung von partiellen Differentialgleichungen
- 1.3 Explizite Lösung des Modellproblems *Schwingende Saite*
- 1.4 Weitere Beispiele
 - 1.4.1 Navier-Stokes-Gleichungen
 - 1.4.2 Navier-Lamé-Gleichungen

2 Lebesgue-Maß und -Integral

- 2.1 Meßbare Mengen, Nullmengen, Eigenschaften des Lebesgue-Maßes
- 2.2 Meßbare Funktionen als Grenzwerte einfacher Funktionen
- 2.3 Stetige Funktionen
- 2.4 Lemma von Fatou und Lebesgues Satz
- 2.5 L^p -Räume und Konvergenz
- 2.6 Absolutstetige Funktionen, Absolutstetigkeit des Lebesgue-Integrals
- 2.7 Hauptsatz

3 Bochner-Meßbarkeit und -Integrierbarkeit

- 3.1 Funktionen mit Werten in einem Banach-Raum
- 3.2 Konvergenzarten
 - 3.2.1 Starke Konvergenz
 - 3.2.2 Schwache Konvergenz
 - 3.2.3 Schwach*-Konvergenz
- 3.3 Approximationssatz von Weierstraß
- 3.4 Klassische Differenzierbarkeit von Funktionen mit Werten in einem Banach-Raum
- 3.5 Bochner-messbare Funktionen
- 3.6 Bochner-Integral
- 3.7 Satz von Pettis, schwache Messbarkeit
- 3.8 Eigenschaften des Bochner-Integrals und seine Beziehung zum Lebesgue-Integral
- 3.9 Absolutstetigkeit und Differenzierbarkeit des Bochner-Integrals
- 3.10 Reflexive Räume, Satz von Kōmura
- 3.11 L^p -Räume von Funktionen mit Werten in einem Banach-Raum

4 Schwache Ableitungen und Räume von Funktionen mit schwacher Ableitung

- 4.1 Schwache Ableitung
- 4.2 Fundamentallemma der Variationsrechnung
- 4.3 Der Raum $W^{1,1}(0, T; X)$ und andere Räume
- 4.4 Gelfand-Dreier
- 4.5 Der Raum $\mathcal{W}(0, T)$

5 Lineare Evolutionsgleichungen erster Ordnung

- 5.1 Standardvoraussetzungen an die Form $a(t; v, w)$, Gårdingsche Ungleichung
- 5.2 Transformation auf Problem mit stark positivem Operator
- 5.3 A-priori-Abschätzungen, Stetige Abhängigkeit von den Problemdata
- 5.4 Einzigkeit
- 5.5 Existenzbeweis durch Zeitdiskretisierung
- 5.6 Lemma von Lax-Milgram
- 5.7 A-priori-Abschätzungen im zeitdiskreten Fall
- 5.8 Kompaktheitsargumente zur Existenz von Lösungen

6 Lineare Evolutionsgleichungen zweiter Ordnung

- 6.1 Beispiele, Navier-Lamé-System
- 6.2 Zusätzliche Voraussetzungen zu den Standardvoraussetzungen
- 6.3 A-priori-Abschätzungen, Gronwallsches Lemma
- 6.4 Galerkin-Approximation
- 6.5 Lemma von Céa
- 6.6 Ortsdiskretisierung von $u''(t) + Au(t) = f$ mit Galerkin-Schema
- 6.7 Satz von Carathéodory über die Existenz von Lösungen gewöhnlicher DGLs
- 6.8 A-priori-Abschätzungen im ortsdiskreten Fall
- 6.9 Existenz von Lösungen im ortsdiskreten Fall

7 Navier-Stokes-Gleichungen

- 7.1 Funktionenräume
- 7.2 Stationäres Navier-Stokes-Problem
- 7.3 Eigenschaften der Nichtlinearität
- 7.4 Existenz und Einzigkeit im stationären Fall
- 7.5 Ausblick auf das instationäre Navier-Stokes-Problem