

Numerik II

10. Übungsblatt

Abgabe bis 19.01.10 um 12 Uhr in Postfach 34 in V3-128

Aufgabe 1:

3 Punkte

Welche der „simplifying conditions“ sind für das durch das nachstehende Butcher-Tableau definierte Runge-Kutta-Verfahren erfüllt und welche nicht? Welche Konsistenzordnung folgt daher?

$$\begin{array}{c|cc}
 \frac{3-\sqrt{3}}{6} & \frac{1}{4} & \frac{3-2\sqrt{3}}{12} \\
 \frac{3+\sqrt{3}}{6} & \frac{3+2\sqrt{3}}{12} & \frac{1}{4} \\
 \hline
 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2}
 \end{array}$$

Aufgabe 2:

3 Punkte

Beweise die eindeutige Lösbarkeit des zugehörigen nichtlinearen Gleichungssystems für die Stufenwerte und damit die Wohldefiniertheit des betrachteten impliziten Runge-Kutta-Verfahrens unter der Annahme, die rechte Seite des zu lösenden Anfangswertproblems genüge einer Lipschitz-Bedingung und die Zeitschrittweiten seien hinreichend klein.

Aufgabe 3:

3 Punkte

Programmiere und teste für das folgende eingebettete Runge-Kutta-Verfahren der Konsistenzordnung 2(3) eine Schrittweitensteuerung.

$$\begin{array}{c|cc}
 0 & & \\
 1 & 1 & \\
 \hline
 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2}
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{c|ccc}
 0 & & & \\
 1 & 1 & & \\
 \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \\
 \hline
 & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{2}{3}
 \end{array}$$

Als Testbeispiel soll das Beispiel aus Aufgabe 3 des 9. Blattes dienen.