Universität Bielefeld
Fakultät für Mathematik
Prof. Dr. Etienne Emmrich
Dipl.-Math. Jens Kemper

Wintersemester 2009/10

Numerik II

12. und letztes Übungsblatt

Abgabe bis 02.02.10 um 12 Uhr in Postfach 34 in V3-128

Aufgabe 1: **2 Punkte**

Zeige, daß der dividierte Differenzenquotient aus der zweischrittigen Formel der rückwärtigen Differenzen (BDF 2) mit variablen Zeitschritten eine Approximation zweiter Ordnung an die Ableitung einer glatten Funktion ist.

Aufgabe 2: **2 Punkte**

Konstruiere die dreischrittige Formel der rückwärtigen Differenzen.

Aufgabe 3: **3 Punkte**

Formuliere und Beweise eine Aussage über die Wohldefiniertheit des allgemeinen linearen Mehrschrittverfahrens.

Aufgabe 4: **3 Punkte**

Beweise, daß das sogenannte Prädiktor-Korrektor-Verfahren

$$\begin{aligned} & u^0,\, u^1 \text{ gegeben}\,, \\ \frac{1}{\tau}\left(u^n - u^{n-1}\right) &= \frac{5}{12} f\left(t_n, u^{n-1} + \frac{3\tau}{2} f(t_{n-1}, u^{n-1}) - \frac{\tau}{2} f(t_{n-2}, u^{n-2})\right) \\ &\quad + \frac{8}{12} f(t_{n-1}, u^{n-1}) - \frac{1}{12} f(t_{n-2}, u^{n-2})\,,\ n = 2, 3, \ldots, N\,, \end{aligned}$$

welches aus den jeweils zweischrittigen expliziten Adams-Bashforth- und Adams-Moulton-Verfahren gebildet wird, unter geeigneten Voraussetzungen konsistent von der Ordnung 3 ist.

Zusatzaufgabe: **6 Punkte**

Programmiere, teste an selbstgewählten Beispielen und vergleiche die BDF 2 mit konstanten Schritten und das Prädiktor-Korrektor-Verfahren aus Aufgabe 4.