Universität Bielefeld
Fakultät für Mathematik
Prof. Dr. Etienne Emmrich
Dipl.-Math. Jens Kemper

Wintersemester 2009/10

Numerik II

6. Übungsblatt

Abgabe bis 01.12.09 um 12 Uhr in Postfach 34 in V3-128

Aufgabe 1: **3 Punkte**

Das Intervall $[a, b]$ sei äquidistant in $N \in \mathbb{N}$ Teilintervalle der Länge h zerlegt. Es seien $X = \mathcal{C}([a, b])$ und $X_h = \mathbb{R}^{N+1}$, jeweils versehen mit der Maximumnorm. Ferner seien $r_h : X \to X_h$ die punktweise Restriktion und $p_h : X_h \to X$ die stückweise lineare Interpolation wie in der Vorlesung beschrieben. Zeige Stabilität und Kompatibilität des Approximationsschemas $(X_h, p_h, r_h)_{h\in\mathcal{H}}$ (wobei die Indexmenge $\mathcal{H}$ zu einer Folge von feiner werdenden Zerlegungen gehöre).

Aufgabe 2: **3 Punkte**

Sei $X = c_0$ der mit der Maximumnorm versehene Raum der Nullfolgen reeller Zahlen. Für eine gegen ∞ konvergierende Folge natürlicher Zahlen N sei $X_h = \mathbb{R}^N$ ($h = 1/N$), ebenfalls mit der Maximumnorm versehen. Ferner seien $r_h : X \to X_h$ die Restriktion, die sich durch Weglassen der letzten Folgenglieder ergibt, und $p_h : X_h \to X$ die Prolongation, die sich durch Fortsetzung mit Null ergibt. Zeige Stabilität und Kompatibilität des Approximationsschemas $(X_h, p_h, r_h)_{h\in\mathcal{H}}$, wobei $\mathcal{H}$ die Folge der Zahlen $1/h$ ist. Wie verhält es sich, wenn $X = \ell^\infty$ der mit der Maximumnorm versehene Raum der beschränkten Folgen reeller Zahlen ist?