Rechenregeln für unbestimmte Integration

Linearität des unbestimmten Integrale

Satz 1 Seien f und g zwei stetige Funktion auf einem Intervall J. Dann gilt

$$\int (f+g)\,dx = \int f\,dx + \int g\,dx. \tag{1}$$

Auch für beliebige Konstante $a \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$, gilt

$$\int a\,f\,dx = a \int f\,dx.$$

Partielle Integration

Seien $u(x)$ und $v(x)$ zwei Funktionen auf einem Intervall J. Ist v differenzierbar, so betrachten wir den Ausdruck

$$\int udv \equiv \int u(x)\,dv(x) := \int u(x)\,v'(x)\,dx.$$

Satz 2 Seien u, v zwei stetig differenzierbare Funktionen auf einem Intervall J. Dann gilt auf diesem Intervall die Identität

$$\int udv = uv - \int vdu. \tag{2}$$

Substitutionsregel

Satz 3 Sei f eine Funktion auf einem Intervall I und sei F eine Stammfunktion von f auf I, d.h.

$$\int f(y)\,dy = F(y) + C. \tag{3}$$

Sei u eine differenzierbare Funktion auf einem Intervall J mit $u(J) \subset I$. Dann gilt auf J

$$\int f(u(x))\,du(x) = F(u(x)) + C. \tag{4}$$

(Substitution $y = u(x)$)

Korollar 4 *(Inverse Substitution)* Sei f eine stetige Funktion auf einem Intervall J. Sei v eine differenzierbare Funktion auf einem Intervall I mit $v(I) = J$, und nehmen wir an, dass die inverse Funktion $v^{-1} : J \to I$ existiert. Gilt auf I

$$\int f(v(y))\,dv(y) = G(y) + C \tag{5}$$

so gilt auf J

$$\int f(x)\,dx = G\left(v^{-1}(x)\right) + C. \tag{6}$$

(Inverse Substitution $x = v(y)$)