

Ausgewählte Kapitel der Stochastik

Beispiel zu bedingten Wahrscheinlichkeiten – Korrektur

In der Vorlesung wurde am 8.5.2007 das nachfolgende Beispiel behandelt. Leider hat sich damals eine kleine Ungenauigkeit eingeschlichen. Hier kommt nun die „verbesserte Version“.

Wir betrachten das Zahlenlotto „6 aus 49“, d.h. $\Omega = \{A \subset \{1, \dots, 49\} \mid |A| = 6\}$ und $P =$ Gleichverteilung. Sei ω_0 unser Lottotipp, dann beschreibt $A = \{\omega_0\}$ das Ereignis „6 Richtige“.

Frage: Wie verändert sich die Wahrscheinlichkeit für „6 Richtige“, wenn uns eine gute Fee drei Gewinnzahlen vorab verrät?

Die Fee nennt uns die Zahlen G_1, G_2 und G_3 . Da wir der Fee glauben, tippen wir natürlich diese Zahlen, d.h. $G_1, G_2, G_3 \in \omega_0$.

Da es sich um eine *gute* Fee handelt, wissen wir, dass das Ereignis

$$B := \{\omega \in \Omega \mid G_1, G_2, G_3 \in \omega\}$$

eintritt, d.h. die Zahlen G_1, G_2 und G_3 sind tatsächlich Gewinnzahlen. Man beachte, dass das Ereignis B nicht gleich dem Ereignis „mindestens drei Richtige“ ist.

Gesucht ist also die folgende bedingte Wahrscheinlichkeit:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{|A \cap B|}{|\Omega|}}{\frac{|B|}{|\Omega|}} = \frac{|A \cap B|}{|B|} = \frac{1}{\binom{46}{3}} \approx 6,44 \cdot 10^{-5},$$

da $A \cap B = \{\omega_0\}$ und $|B| = \binom{46}{3}$ (Außer den Zahlen G_1, G_2 und G_3 werden noch 3 Kugeln aus den verbleibenden 46 Kugeln gezogen.).