

Übungen zur Vorlesung Ausgewählte Kapitel der Stochastik

Blatt 1

Aufgabe 1

Gegeben sei eine Urne mit fünf blauen, drei roten und zwei schwarzen Kugeln. Es wird zufällig eine Kugel gezogen.

- Geben Sie eine geeignete formale Beschreibung des Zufallsexperimentes (d.h. geben Sie die Ergebnismenge Ω und die Wahrscheinlichkeitsfunktion $p : \Omega \rightarrow [0, 1]$) an.
- Betrachten Sie die folgenden Ereignisse:
 - A : Die gezogene Kugel ist blau.
 - B : Die gezogene Kugel ist rot oder blau.
 - C : Die gezogene Kugel ist weder rot, noch blau, noch schwarz.

Beschreiben Sie A , B , C und ihre Komplementärereignisse A^c , B^c , C^c als Mengen. Bestimmen Sie dann die Wahrscheinlichkeiten dieser Ereignisse.

Aufgabe 2

Ein fairer Würfel wird zweimal hintereinander geworfen.

- Geben Sie eine geeignete formale Beschreibung des Zufallsexperimentes (d.h. geben Sie die Ergebnismenge Ω und die Wahrscheinlichkeitsfunktion $p : \Omega \rightarrow [0, 1]$) an.
- Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse:
 - A : Der Würfel zeigt bei beiden Würfeln dieselbe Augenzahl.
 - B : Der Würfel zeigt bei beiden Würfeln verschiedene Augenzahlen und ihre Summe ist 8.
 - C : Die Augensumme ist 10.

Aufgabe 3

Gegeben seien die Ereignisse A , B und C . Geben Sie eine formale Beschreibung der nachfolgend in Worten beschriebenen Ereignisse:

- Nur A tritt ein
- A und B treten ein, aber C tritt nicht ein
- Alle drei Ereignisse treten ein
- Wenigstens eines der drei Ereignisse tritt ein
- Keines der Ereignisse tritt ein
- Genau eines der Ereignisse tritt ein

Aufgabe 4

- Gegeben seien die Ereignisse A , B und C . Zeigen Sie die folgenden Gleichheiten mithilfe einer vollständigen Fallunterscheidung.

- $(A \cap B^c) \cup B = A \cup B$.
- $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$ und $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$
- $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

- Gegeben seien die Ereignisse A_1, A_2, \dots . Beschreiben Sie das Ereignis $A := \bigcap_{i=1}^{\infty} A_i$ mit Worten. Können Sie das Komplement von A auch als Vereinigung beschreiben?