

## Übungen zur Vorlesung Ausgewählte Kapitel der Stochastik

### Blatt 5

#### Aufgabe 1

Betrachte das folgende dreistufige Zufallsexperiment:

Zunächst wird eine verfälschte Münze geworfen, bei der die Wahrscheinlichkeit für Kopf 55 % beträgt. Zeigt sie Kopf, so wird Glücksrad I gedreht, das aus drei Sektoren besteht, die rot, blau und gelb gefärbt sind. Der blaue und der rote Sektor sind jeweils genau halb so groß wie der gelbe. Fällt bei dem Münzwurf Zahl, so wird Glücksrad II gedreht, dessen Sektoren ebenfalls blau, rot und gelb gefärbt sind, bei dem aber alle drei Sektoren gleich groß sind. Bleibt das Glücksrad im blauen Sektor stehen, so wird eine faire Münze geworfen, bei der auf der einen Seite eine 1 und auf der anderen eine 2 steht. Bleibt das Glücksrad im roten (bzw. im gelben) Sektor stehen, so wird ein fairer vierseitiger Spielwürfel [Tetraeder] (bzw. im gelben Fall ein fairer sechsstufiger Spielwürfel) geworfen. Das Ergebnis des gesamten Zufallsexperimentes ist die geworfene Zahl im letzten Schritt.

- Beschreiben Sie das Zufallsexperiment durch ein geeignetes Baumdiagramm!
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten für die Ergebnisse 1, 2, 3, 4, 5, 6!
- Angenommen, im zweiten Schritt bleibt das Glücksrad im gelben Sektor stehen, mit welcher Wahrscheinlichkeit ist im ersten Münzwurf Kopf gefallen?
- Angenommen, das Ergebnis am Ende lautet 3, mit welcher Wahrscheinlichkeit ist im ersten Wurf Kopf gefallen?

*Die nachfolgenden Aufgaben sind Schulbüchern der 10. Klasse entnommen.*

#### Aufgabe 2

Die Urne  $U_1$  enthält zwei rote und drei weiße Kugeln, die Urne  $U_2$  enthält vier rote und sieben weiße Kugeln. Eine der beiden Urnen wird zufällig ausgewählt. Aus dieser Urne wird dann zufällig eine Kugel gezogen. Sie ist rot. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wurde im ersten Schritt die Urne  $U_1$  ausgewählt?

#### Aufgabe 3

Ein Lügendetektor wird zur Verbrechensaufklärung benutzt. Er ist zu 80 % zuverlässig, wenn ein Verdächtiger schuldig ist, und zu 90 % zuverlässig, wenn ein Verdächtiger unschuldig ist. Dieser Lügendetektortest wird nun bei einem Verdächtigen angewendet, für den der Richter aufgrund anderer Indizien die Wahrscheinlichkeit, dass er schuldig sei, auf 10 % schätzt. Dieser Verdächtige wird vom Lügendetektor als schuldig ausgewiesen. Wie wahrscheinlich ist es für den Richter, dass er dennoch unschuldig ist?

#### Aufgabe 4

Moderne Düsenflugzeuge verfügen über Bodennäherungswarnanlagen, die den Piloten akustisch und optisch warnen, wenn sich das Flugzeug ungeplant dem Boden nähert. Aus langjährigen Studien hat sich Folgendes ergeben:

Wenn in einer Flugminute tatsächlich eine ungeplante Bodennäherung vorliegt, dann schlägt das System mit einer Wahrscheinlichkeit von 99,9 % Alarm. Wenn dagegen in einer Flugminute tatsächlich *keine* ungeplante Bodennäherung vorliegt, so gibt das System mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,002 % *falschen* Alarm.

Eine ungeplante Bodennäherung ist aufgrund der hohen navigatorischen und technischen Zuverlässigkeit der Verkehrsfluffahrt sehr selten. Durchschnittlich nur in einer von zwei Millionen Flugminuten ist eine solche ungeplante Bodennäherung zu erwarten.

- Wenn das System Alarm gibt, wie wahrscheinlich ist es dann, dass sich das Flugzeug tatsächlich ungeplant dem Boden nähert?
- Was bedeutet das Ergebnis von a) psychologisch für die Piloten, die selbstverständlich jederzeit die Möglichkeit haben, die Bodennäherungswarnanlage abzuschalten?
- Auf welchen Wert müsste die Wahrscheinlichkeit eines Fehlalarms von den genannten 0,002 % reduziert werden, damit es im Falle eines Alarms wenigstens wahrscheinlicher ist, dass eine ungeplante Bodennäherung vorliegt, als dass sie nicht vorliegt?

### **Aufgabe 5**

In einer Stanzerei stellen drei Maschinen Stanzteile her. Maschine A liefert 25 % der Produktion, Maschine B 35 % und Maschine C 40 %. Ferner ist bekannt, dass Maschine A 6 % Ausschuss hat, Maschine B 3 % und Maschine C 1 %.

- a) Ein Stanzteil im Lager wird zufällig herausgegriffen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist es defekt?
- b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit stammt ein solches defektes Teil von Maschine A (von Maschine B, von Maschine C)?

### **Aufgabe 6**

Eine Realschule nimmt alle Schüler auf, die von ihren Eltern angemeldet werden und von der Grundschule eine Realschulempfehlung erhalten haben. Angemeldete Schüler ohne Realschulempfehlung werden dann aufgenommen, wenn sie eine Aufnahmeprüfung bestehen.

Die Schule hat folgende Erfahrungen gemacht: 80 % der aufgenommenen Schüler haben eine Realschulempfehlung. Von diesen schließen 65 % die Realschule erfolgreich ab. Insgesamt erreichen 60 % aller aufgenommenen Schüler den Realschulabschluss. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Schüler, der die Realschule erfolgreich abschließt, seinerzeit keine Realschulempfehlung besaß?

**Abgabe: Freitag, 18.5.2007, 11.00 Uhr, Postfächer der Tutoren im Kopierraum V3-128**