

Übungen zur Vorlesung Ausgewählte Kapitel der Stochastik

Blatt 7

Aufgabe 1

In einer Urne sind 15 schwarze, 13 rote, 9 grüne, 8 gelbe und 2 weiße Kugeln. Es wird eine Kugel zufällig gezogen. Die Zufallsvariable X gibt an, wie viele Kugeln der gezogenen Farbe noch in der Urne liegen. Welche Werte kann X (mit positiver Wahrscheinlichkeit) annehmen? Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeitsfunktion p_X und die Verteilungsfunktion F_X von X .

Aufgabe 2

a) Durch

x	-2	-0,5	0	1	2,5
$p_X(x)$	0,1	0,25	0,2	0,15	0,3

sei die Wahrscheinlichkeitsfunktion p_X einer Zufallsvariablen X gegeben. Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion F_X von X und zeichnen Sie die Graphen von p_X und F_X .

b) Durch

$$F_Y(y) = \begin{cases} 0, & \text{falls } y < -1 \\ 0,2, & \text{falls } -1 \leq y < 0 \\ 0,6, & \text{falls } 0 \leq y < 1,5 \\ 0,75, & \text{falls } 1,5 \leq y < 3 \\ 1, & \text{falls } y \geq 3 \end{cases}$$

ist die Verteilungsfunktion einer Zufallsvariablen Y gegeben. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeitsfunktion p_Y von Y und zeichnen Sie die Graphen von p_Y und F_Y .

c) Kann durch die folgenden Funktionen p , q bzw. r die Wahrscheinlichkeitsfunktion einer Zufallsvariablen gegeben sein? Begründen Sie Ihre Entscheidung.

x	-6	1	3	14	22
$p(x)$	0,1	0,05	0,35	0,15	0,4

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$q(x)$	0,1	0,2	0,15	-0,1	0,3	0,15	0,2

x	-4	-0,1	0	0,1	6
$r(x)$	0,1	0,6	0	0,15	0,15

d) Kann durch die folgenden Funktionen F bzw. G die Verteilungsfunktion einer Zufallsvariablen gegeben sein? Begründen Sie Ihre Entscheidung.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{falls } x < -1 \\ 0,2, & \text{falls } -1 \leq x < -0,5 \\ 0,6, & \text{falls } -0,5 \leq x < 1 \\ 0,5, & \text{falls } 1 \leq x < 2 \\ 1, & \text{falls } x \geq 2 \end{cases} \quad G(x) = \begin{cases} 0, & \text{falls } x < -10 \\ 0,8, & \text{falls } -10 \leq x < -2 \\ 0,9, & \text{falls } -2 \leq x < 0 \\ 1, & \text{falls } x \geq 0 \end{cases}$$

Aufgabe 3

Betrachten Sie den n -fachen fairen Münzwurf. Sei X die Zufallsvariable, die angibt, wie oft bei den n Würfeln „Kopf“ geworfen wurde.

- a) Beschreiben Sie die Wahrscheinlichkeitsfunktion p_X und die Verteilungsfunktion F_X der Zufallsvariablen X und begründen Sie Ihre Beschreibung.
- b) Sei $n = 8$. Zeichnen Sie den Graphen der Funktionen p_X und F_X .

Bitte wenden!

Aufgabe 4

Sei $n \in \mathbb{N}$ und $0 \leq p \leq 1$. Für eine Zufallsvariable X sei

$$p_X(x) := P(X = x) = \begin{cases} \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}, & \text{falls } x \in \{0, 1, 2, \dots, n\}, \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

Zeigen Sie, dass durch p_X eine Wahrscheinlichkeitsfunktion definiert ist.

Abgabe: Freitag, 1.6.2007, 11.00 Uhr, Postfächer der Tutoren im Kopierraum V3-128