

# Spezielle Aspekte der Stochastik

## Inhaltsübersicht

In der Vorlesung wurden folgende Inhalte behandelt:

- Grundbegriffe der diskreten Wahrscheinlichkeitsrechnung: Wahrscheinlichkeitsräume, Zufallsvariablen und ihre Verteilung, Verteilungsfunktionen und ihre Eigenschaften, bedingte Wahrscheinlichkeiten (Satz von Bayes, Satz von der totalen Wahrscheinlichkeit) Erwartungswert, Varianz, Kovarianz, Unabhängigkeit, Unkorreliertheit, spezielle diskrete Verteilungen: Bernoulli-Verteilung, Binomialverteilung, geometrische Verteilung, Poissonverteilung
- Wahrscheinlichkeitsdichten, stetige Zufallsvariablen und ihre Verteilungsfunktionen\*
- Erwartungswert, Varianz und Quantile absolutstetiger Zufallsvariablen (*Exkurs zur Integrationstheorie (partielle Integration, Integration durch Substitution)*)
- Spezielle Verteilungen mit Wahrscheinlichkeitsdichten: Gleichverteilung auf einem Intervall, Exponentialverteilung, Normalverteilung, log-Normalverteilung, Gammaverteilung
- Zentraler Grenzwertsatz, insbesondere für binomialverteilte Zufallsvariablen (Satz von de Moivre-Laplace),  $\sigma$ -Regeln
- Grundkonzepte der beurteilenden Statistik: Grundproblem (Schätzen und Testen), Grundbegriffe: Statistisches Modell, (ein)parametrische Modelle, Standardmodelle (diskret/stetig)
- Parameterschätzung: Erwartungstreue, Konsistenz, Maximum-Likelihood-Methode\*
- Parameterschätzung im Münzwurf: Der naive Schätzer ist erwartungstreu, konsistent und ein Maximum-Likelihood-Schätzer
- Hypothesentest im Münzwurf\*: Grundbegriffe (Nullhypothese, Alternative, Fehler 1. Art, Fehler 2. Art, Signifikanzniveau, Irrtumswahrscheinlichkeit, Ablehnungsbereich, kritischer Wert), Konstruktion einseitiger und zweiseitiger Tests: Berechnung kritischer Werte (direkt/mit Normalapproximation))
- Konfidenzintervalle im Münzwurf\*: Definition, Konstruktion mittels der Ungleichung von Chebyshev und der Normalapproximation
- Markov-Ketten\*: Definition und Beispiele, Beschreibung mit stochastischen Matrizen und Übergangsgraphen, Irreduzibilität, Aperiodizität, stationäre Verteilung, Reversibilität, Langzeitverhalten (Grenzwertsatz für Markov-Ketten)

*Hinweis:*

*Die mit einem Sternchen (\*) versehenen Inhalte sind für einen Einstieg in eine mündliche Prüfung besonders geeignet.*