Universität Bielefeld **Sommersemester 2009**
G. Elsner

Übungen zur Vorlesung

Spezielle Aspekte der Stochastik

Blatt 2

Aufgabe 1
Von der Produktion eines Computernetzteils ist bekannt, dass ca. 7 % der Netzteile nicht auf Anhieb funktionsfähig sind. Im Rahmen einer Qualitätskontrolle zieht der Hersteller eine Stichprobe, indem er an acht aufeinander folgenden Tagen (zu einem zufälligen Zeitpunkt) jeweils ein Netzteil der Produktion entnimmt. Sei X die zufällige Anzahl der Netzteile in der Stichprobe, die nicht auf Anhieb funktionieren. Die Art und Weise, wie die Stichprobe gezogen wird, rechtfertigt die Annahme, dass X binomialverteilt ist.

a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass
   - alle Netzteile in der Stichprobe sofort funktionieren;
   - mindestens 2 Netzteile in der Stichprobe nicht sofort funktionsfähig sind.

b) Berechnen Sie die erwartete Anzahl Netzteile in der Stichprobe, die nicht auf Anhieb funktionieren. Wie groß ist die Varianz?

c) Nach den acht Tagen beschließt die Firma, weiterhin jeden Tag ein Netzteil der Produktion zu entnehmen. Es bezeichne nun T die Anzahl Tage, die die Firma warten muss, bis das erste nicht auf Anhieb funktionsfähige Netzteil auftritt. Geben Sie die Verteilung von T an. Wie groß sind Erwartungswert und Varianz von T?

d) Der Hersteller produziert pro Monat 21 000 Netzteile. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass mehr als 1500 Netzteile darunter sind, die nicht auf Anhieb funktionieren?

e) Ferner ist bekannt, dass im Mittel eins von 7 000 Netzteilen einen irreparablen Schaden aufweist und endgültig aussortiert werden muss. Sei Y die Anzahl der Netzteile, die in einem Monat aussortiert werden müssen. Man kann annehmen, dass Y binomialverteilt ist. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass von den 21 000 pro Monat produzierten Netzteilen genau sieben aussortiert werden müssen?

Aufgabe 2
Begründen Sie, welche der folgenden Funktionen $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ Wahrscheinlichkeitsdichten sind. Bestimmen Sie ggf. die zugehörige Verteilungsfunktion und skizzieren Sie ihren Graphen.

a) $f(x) = \begin{cases} \frac{5}{2}x^4, & \text{falls } -1 \le x \le 1, \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} \frac{4}{15}x^3, & \text{falls } -1 \le x \le 2, \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$

c) $f(x) = \begin{cases} 2, & \text{falls } -0,25 \le x \le 0, \\ 1, & \text{falls } 0 < x \le 0,5, \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$

d) $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}e^{x}, & \text{falls } x \le 0, \\ \frac{1}{2}e^{-x}, & \text{falls } x > 0. \end{cases}$

e) $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{\pi}\sqrt{1-x^2}, & \text{falls } -1 \le x \le 1, \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$
Hinweis: Um zu entscheiden, ob f eine Wahrscheinlichkeitsdichte ist, sollten Sie hier den Graphen der Funktion ohne den Vorfaktor $\frac{2}{\pi}$ genauer betrachten. Die Bestimmung der Verteilungsfunktion ist hier nicht ganz einfach und erfordert schon einige ,,Integrationskünste"!

Da der 1. Mai ein Feiertag ist, sollte die Abgabe bis Donnerstag, 30.04.09, 12.00 Uhr, in das Postfach des Tutors in V3-128 erfolgen.