Universität Bielefeld **Wintersemester 2007/08**
G. Elsner

Übungen zur Vorlesung

Methoden der angewandten Mathematik

Blatt 13

Aufgabe 1

a) Berechnen Sie den Erwartungswert und die Varianz für die Zufallsvariable X, die die Augenzahl beim Werfen eines regulären

(i) Tetraeders, (ii) Oktaeders (iii) Dodekaeders (iv) Ikosaeders

angibt.

b) Betrachten Sie die Situation in Aufgabe 7 auf Blatt 12. Wir nehmen nun an, dass die Firma jeden Tag (und nicht nur an fünf aufeinander folgenden Tagen) eine Glühbirne zur Kontrolle entnimmt. Sei T die Anzahl Tage, bis das erste Mal eine defekte Glühbirne entnommen wird. Welcher Wert ist für T im Mittel zu erwarten? Wie groß ist die Varianz von T?

Aufgabe 2

Eine Zufallsvariable X hat den Erwartungswert 3 und die Varianz 0. Wie sieht die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X aus? Begründen Sie Ihre Antwort!

Aufgabe 3

Wir betrachten den n-fachen Münzwurf mit einer Münze, die mit Wahrscheinlichkeit p auf ‚Kopf' fällt. Sei X die Zufallsvariable, die angibt, wie oft ‚Kopf' gefallen ist.

a) Geben Sie die Verteilung von X an und berechnen Sie den Erwartungswert und die Varianz von X für $n = 100$ und bei verschiedenen Münzen mit $p = 0,1; 0,2; 0,3; ...; 0,9$. Für welche Erfolgswahrscheinlichkeit p ist die Varianz am größten, d.h. *streut* die Verteilung von X am stärksten?

b) Begründen Sie allgemein, dass für jedes feste n die Varianz von X für $p = 0,5$ am größten ist. *(Hinweis: X hängt von p ab, so dass Sie nur die Funktion $f(p) = \mathbb{E}(X)$ untersuchen müssen.)*

Aufgabe 4

Beweisen Sie die folgenden Behauptungen:

a) Für jede Zufallsvariable X mit endlicher Varianz gilt: Cov $(X,X) = \mathrm{V}(X)$.

b) Für jede Zufallsvariable X, deren Varianz existiert, gilt: $\mathbb{E}(X^2) \geq \Big(\mathbb{E}(X)\Big)^2$

Abgabe: Mittwoch, 30.01.08, 11.00 Uhr, Postfächer der Tutoren