

Methoden der angewandten Mathematik

Übersicht Kombinatorik

Allgemeines Zählprinzip:

Aus k nichtleeren Mengen M_1, M_2, \dots, M_k mit n_1, n_2, \dots, n_k Elementen kann man

$$n_1 \cdot n_2 \cdot \dots \cdot n_k$$

verschiedene k -Tupel $(x_1; \dots; x_k)$ bilden mit $x_1 \in M_1, \dots, x_k \in M_k$.

Viele Abzählprobleme lassen sich mit Hilfe von Urnen-Modellen lösen:

Im Folgenden betrachten wir eine Urne mit n verschiedenen Kugeln. Es bezeichne k die Anzahl der Ziehungen von Kugeln aus der Urne.

Ziehen **mit** Zurücklegen und **mit** Beachtung der Reihenfolge:

Anzahl der möglichen Ergebnisse: n^k

Ziehen **ohne** Zurücklegen und **mit** Beachtung der Reihenfolge:

Anzahl der möglichen Ergebnisse: $n \cdot (n - 1) \cdot \dots \cdot (n - k + 1)$

Spezialfall $k = n$:

Das Experiment liefert alle möglichen Anordnungen von n Elementen.

Anzahl möglicher Anordnungen von n Elementen: $n \cdot (n - 1) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1 = n!$

Ziehen **ohne** Zurücklegen und **ohne** Beachtung der Reihenfolge:

Anzahl der möglichen Ergebnisse: $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot (n-k+1)}{k!}$

(= Anzahl der k -elementigen Teilmengen einer n -elementigen Menge)

Ziehen **mit** Zurücklegen und **ohne** Beachtung der Reihenfolge:

Anzahl der möglichen Ergebnisse: $\binom{n+k-1}{k}$