

Präsenzübungen zur Vorlesung Methoden der angewandten Mathematik

Blatt 11

Aufgabe 1

Ein Umzugsunternehmen benutzt Spanngurte, die vor der Benutzung genau 100 cm lang sind. Nach einigen Wochen werden einige Gurte nachgemessen, um zu überprüfen, inwieweit das Material nachgegeben hat. Dabei wurden folgende Längen gemessen:

112, 102, 106, 102, 119, 105, 134, 104, 101, 104, 108, 107, 101, 121

- Stellen Sie die Daten in einem geeigneten Stengel-Blatt-Diagramm dar.
- Bestimmen Sie folgende statistischen Kennzahlen der Stichprobe: Modalwert, Median, arithmetisches Mittel, 10%- und 90%-Quantil, Spannweite, Varianz und Standardabweichung. (*Beschreiben Sie kurz (z.B. durch eine Formel oder Erklärung), wie Sie die Größen bestimmt haben.*)
- Betrachten Sie anstelle der Längen der Gurte nur die Differenzen zur Ausgangslänge. Wie verändern sich die in b) gesuchten statistischen Kennzahlen?
(*Hinweis: Wie verhalten sich Lage- bzw. Streumaße unter einer solchen Manipulation der Stichprobe? Ermitteln Sie hier die Kennzahlen nicht erneut aus den Daten, sondern nutzen Sie Ihre Ergebnisse aus b)!*)

Aufgabe 2

Ein vierseitiger fairer Spielwürfel (Tetraeder) und ein gewöhnlicher fairer Würfel werden in der folgenden Weise geworfen: Zuerst wird der Tetraeder geworfen. Fällt dabei eine 1, so wird beim zweiten Wurf erneut der Tetraederwürfel geworfen, anderenfalls wird beim zweiten Wurf mit dem gewöhnlichen fairen Würfel geworfen.

Geben Sie eine geeignete formale Beschreibung des Zufallsexperimentes (Ω, p) an und bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse:

- A: Die Würfel zeigen bei beiden Würfeln dieselbe Augenzahl.
B: Die Würfel zeigen bei beiden Würfeln verschiedene Augenzahlen und ihre Summe ist 8.
C: Die Augensumme ist 5.

Aufgabe 3

Ein Bluttest ergebe bei erkrankten Personen mit einer Sicherheit von 96 % ein positives Ergebnis (d.h. der Test zeigt an, dass die Krankheit vorliegt), bei gesunden Personen mit 94 % ein negatives. Im Durchschnitt sei jede 145ste Person erkrankt. Bestimmen Sie

- die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person, die ein positives Testergebnis erhält, auch wirklich krank ist;
- die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person, die ein negatives Testergebnis erhalten hat, trotzdem krank ist.

Aufgabe 4

A und B seien Ereignisse. Beweisen Sie die folgende Gleichheit mit Hilfe einer vollständigen Fallunterscheidung:

$$(A \setminus B) \cup (B \setminus A) = (A \cup B) \cap ((A \cap B)^C)$$