

## Übungen zur Vorlesung Methoden der angewandten Mathematik

### Blatt 4

#### Aufgabe 1

Fertigen Sie zu den Daten aus Aufgabe 1, Blatt 2 einen Boxplot an.

#### Aufgabe 2

Durch eine technische Innovation lässt sich die Druckfestigkeit der Betonwürfel aus der Stichprobe in Aufgabe 1, Blatt 3 jeweils um 10 % erhöhen.

- Geben Sie die modifizierte Stichprobe an, in der diese Erhöhung der Druckfestigkeit berücksichtigt ist. Wie verändern sich arithmetisches Mittel und Median der modifizierten Stichprobe gegenüber der ursprünglichen?
- Stellen Sie eine allgemeine Behauptung auf, wie sich arithmetisches Mittel und Median verändern, wenn alle Stichprobenwerte mit einem festen Faktor  $a \in \mathbb{R}$  multipliziert werden. Beweisen Sie diese Behauptung.
- Berechnen Sie die Spannweite, den Quartilsabstand, den 10%-Quantilsabstand und die Medianabweichung, die mittlere absolute Abweichung vom Median und vom arithmetischen Mittel der modifizierten Stichprobe. Wie haben sich diese Streumaße der modifizierten Stichprobe gegenüber denen der ursprünglichen verändert?
- Zeigen Sie, dass für die in c) genannten Streumaße gilt:  
Multipliziert man alle Stichprobenwerte mit einer Konstanten  $a \in \mathbb{R}, a \geq 0$ , so vervielfacht sich das jeweilige Streumaß ebenfalls um den Faktor  $a$ .
- Berechnen Sie die Varianz und die Standardabweichung der modifizierten Stichprobe. Wie haben sich Varianz und Standardabweichung gegenüber der ursprünglichen Stichprobe verändert?
- Beweisen Sie, dass für die Varianz Folgendes gilt:  
Multipliziert man alle Stichprobenwerte mit einer Konstanten  $a \in \mathbb{R}$ , so vervielfacht sich die Varianz um den Faktor  $a^2$ .  
Was folgt aus dieser Behauptung für die Standardabweichung?

#### Aufgabe 3

In einer Erhebung werden die Größen von 11 Geschwisterpaaren (Junge, Mädchen) ermittelt. Es ergaben sich folgende Datenpaare  $(x, y)$ :

$$\begin{array}{cccccc} (165, 150) & (168, 154) & (168, 165) & (170, 167) & (172, 163) & (178, 164) \\ (180, 175) & (178, 164) & (180, 175) & (183, 166) & (185, 161) & \end{array}$$

Berechnen Sie die Regressionsgeraden bezüglich  $y$  und bezüglich  $x$ .

#### Aufgabe 4

Gegeben sei eine Datenreihe  $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$ . Bei der Berechnung von Regressionsgeraden spielt die folgende Größe eine wichtige Rolle:

$$s_{xy} := \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y}),$$

wobei  $\bar{x}$  bzw.  $\bar{y}$  das arithmetische Mittel von  $x_1, \dots, x_n$  bzw.  $y_1, \dots, y_n$  bezeichnet.

Beweisen Sie:

$$s_{xy} = (x_1 \cdot y_1 + \dots + x_n \cdot y_n) - n \cdot \bar{x} \cdot \bar{y}$$

**Abgabe: Mittwoch, 12.11.08, 11.00 Uhr, Postfächer der Tutoren in V3-128**