Universität Bielefeld **Wintersemester 2008/09**
G. Elsner

Übungen zur Vorlesung

Methoden der angewandten Mathematik

Blatt 9

Aufgabe 1

a) Wir werfen zweimal eine faire Münze. A bezeichne das Ereignis, dass im ersten Wurf Kopf fällt, und B das Ereignis, dass mindestens einmal Kopf geworfen wird. Geben Sie die Ergebnismenge Ω und die Wahrscheinlichkeitsfunktion p an. Beschreiben Sie die Ereignisse A und B formal.
Angenommen wir wissen, dass mindestens einmal Kopf geworfen worden ist. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist dann im ersten Wurf Kopf gefallen. Mit anderen Worten: Wie groß ist $\mathrm{P}(\mathrm{A}|\mathrm{B})$?

b) Wir werfen einen fairen Würfel. Wie groß ist die bedingte Wahrscheinlichkeit eine 3 zu würfeln, gegeben, dass das Würfelergebnis kleiner als 4 ist?
Hinweis: Führen Sie zunächst die relevanten Ereignisse ein!

Aufgabe 2

Bei einem schriftlichen Test werden ,,Multiple-Choice"-Fragen gestellt, bei denen von je 3 vorgegebenen Antworten genau eine richtig ist.
Man nehme an, dass ein(e) Teilnehmer(in) mit einer Wahrscheinlichkeit von 25 % auf jede Frage die richtige Antwort weiß und ansonsten zufällig ankreuzt. Bestimmen Sie (unter Verwendung bedingter Wahrscheinlichkeiten) für eine einzelne Frage

a) die Wahrscheinlichkeit, dass die richtige Antwort angekreuzt wird,

b) die bedingte Wahrscheinlichkeit, dass er bzw. sie bei einer richtig angekreuzten Antwort diese auch tatsächlich wusste.

Aufgabe 3

Ein medizinischer Test ergibt bei erkrankten Personen mit einer Sicherheit von 97 % ein positives Ergebnis (d.h. der Test zeigt an, dass die Krankheit vorliegt), bei gesunden Personen mit 92 % ein negatives. Im Durchschnitt sei jede 180ste Person erkrankt. Bestimmen Sie

a) die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person, die ein positives Testergebnis erhält, auch wirklich krank ist;

b) die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person, die ein negatives Testergebnis erhalten hat, trotzdem krank ist.

Aufgabe 4

Moderne Düsenflugzeuge verfügen über Bodennäherungswarnanlagen, die den Piloten akustisch und optisch warnen, wenn sich das Flugzeug ungeplant dem Boden nähert. Aus langjährigen Studien hat sich Folgendes ergeben:
Wenn in einer Flugminute tatsächlich eine ungeplante Bodennäherung vorliegt, dann schägt das System mit einer Wahrscheinlichkeit von 99,8 % Alarm. Wenn dagegen in einer Flugminute tatsächlich *keine* ungeplante Bodennäherung vorliegt, so gibt das System mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,003 % *falschen* Alarm.
Eine ungeplante Bodennäherung ist aufgrund der hohen navigatorischen und technischen Zuverlässigkeit der Verkehrsluftfahrt sehr selten. Durchschnittlich nur in einer von zwei Millionen Flugminuten ist eine solche ungeplante Bodennäherung zu erwarten.

a) Wenn das System Alarm gibt, wie wahrscheinlich ist es dann, dass sich das Flugzeug tatsächlich ungeplant dem Boden nähert?

b) Was bedeutet das Ergebnis von a) psychologisch für die Piloten, die selbstverständlich jederzeit die Möglichkeit haben, die Bodennäherungswarnanlage abzuschalten?

c) Auf welchen Wert müsste die Wahrscheinlichkeit eines Fehlalarms von den genannten 0,003 % reduziert werden, damit es im Falle eines Alarms wenigstens wahrscheinlicher ist, dass eine ungeplante Bodennäherung vorliegt, als dass sie nicht vorliegt?

Aufgabe 5
Auf $\Omega := \{1, 2, 3, 4, 5\}$ sei $p : \Omega \to [0, 1]$ gegeben durch $p(1) = p(2) = p(3) = 0{,}2, p(4) = 0{,}3$ und $p(5) = 0{,}1$. Sind die Ereignisse $A := \{3, 2\}$ und $B := \{1, 4\}$ bzw. die Ereignisse $C := \{1, 2, 5\}$ und $D := \{1, 3\}$ unabhängig?

Abgabe: Mittwoch, 17.12.08, 11.00 Uhr, Postfächer der Tutoren in V3-128