

Übungen zur Vorlesung Methoden der angewandten Mathematik

Blatt 7

Aufgabe 1

Bei einem schriftlichen Test werden „Multiple-Choice“-Fragen gestellt, bei denen von je 3 vorgegebenen Antworten genau eine richtig ist.

Man nehme an, dass ein(e) Teilnehmer(in) mit einer Wahrscheinlichkeit von 25 % auf jede Frage die richtige Antwort weiß und ansonsten zufällig ankreuzt. Bestimmen Sie (unter Verwendung bedingter Wahrscheinlichkeiten) für eine einzelne Frage

- a) die Wahrscheinlichkeit, dass die richtige Antwort angekreuzt wird,
- b) die bedingte Wahrscheinlichkeit, dass er bzw. sie bei einer richtig angekreuzten Antwort diese auch tatsächlich wusste.

Aufgabe 2

Die Urne U_1 enthält zwei rote und drei weiße Kugeln, die Urne U_2 enthält vier rote und sieben weiße Kugeln. Eine der beiden Urnen wird zufällig ausgewählt. Aus dieser Urne wird dann zufällig eine Kugel gezogen. Sie ist rot. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wurde im ersten Schritt die Urne U_1 ausgewählt?

Aufgabe 3

Ein Lügendetektor wird zur Verbrechensaufklärung benutzt. Er ist zu 80 % zuverlässig, wenn ein Verdächtigter schuldig ist, und zu 90 % zuverlässig, wenn ein Verdächtigter unschuldig ist. Dieser Lügendetektortest wird nun bei einem Verdächtigten angewendet, für den der Richter aufgrund anderer Indizien die Wahrscheinlichkeit, dass er schuldig sei, auf 10 % schätzt. Dieser Verdächtige wird vom Lügendetektor als schuldig ausgewiesen. Wie wahrscheinlich ist es für den Richter, dass er dennoch unschuldig ist?

Aufgabe 4

Moderne Düsenflugzeuge verfügen über Bodennäherungswarnanlagen, die den Piloten akustisch und optisch warnen, wenn sich das Flugzeug ungeplant dem Boden nähert. Aus langjährigen Studien hat sich Folgendes ergeben:

Wenn in einer Flugminute tatsächlich eine ungeplante Bodennäherung vorliegt, dann schätzt das System mit einer Wahrscheinlichkeit von 99,8 % Alarm. Wenn dagegen in einer Flugminute tatsächlich *keine* ungeplante Bodennäherung vorliegt, so gibt das System mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,003 % *falschen* Alarm.

Eine ungeplante Bodennäherung ist aufgrund der hohen navigatorischen und technischen Zuverlässigkeit der Verkehrsflurfahrt sehr selten. Durchschnittlich nur in einer von zwei Millionen Flugminuten ist eine solche ungeplante Bodennäherung zu erwarten.

- a) Wenn das System Alarm gibt, wie wahrscheinlich ist es dann, dass sich das Flugzeug tatsächlich ungeplant dem Boden nähert?
- b) Was bedeutet das Ergebnis von a) psychologisch für die Piloten, die selbstverständlich jederzeit die Möglichkeit haben, die Bodennäherungswarnanlage abzuschalten?
- c) Auf welchen Wert müsste die Wahrscheinlichkeit eines Fehlalarms von den genannten 0,003 % reduziert werden, damit es im Falle eines Alarms wenigstens wahrscheinlicher ist, dass eine ungeplante Bodennäherung vorliegt, als dass sie nicht vorliegt?

Abgabe: Mittwoch, 02.12.09, 12.00 Uhr, Postfächer der Tutoren in V3-128

Vergessen Sie nicht, diejenigen Aufgaben anzugeben, die Sie bereit sind vorzurechnen!