

Übungen zur Vorlesung Methoden der angewandten Mathematik

Blatt 9

Aufgabe 1

Berechnen Sie die folgenden Wahrscheinlichkeiten!

a) Für eine auf dem Intervall $(2, 4]$ gleichverteilte Zufallsvariable X :

$$P(2,5 \leq X \leq 3,5); \quad P(X \geq 3); \quad P(0 \leq X < 2,7); \quad P(X \in (2,2,3] \text{ oder } X \geq 3,8); \quad P(X = 4)$$

b) Für eine zum Parameter $\lambda = 2$ exponentialverteilte Zufallsvariable X :

$$P(1 \leq X \leq 3); \quad P(X \geq 100); \quad P(5 \leq X < 6); \quad P(X \in (0,5;2] \text{ oder } X \geq 3); \quad P(X \leq 0)$$

c) Für eine standardnormalverteilte Zufallsvariable X :

$$P(-2 \leq X \leq 2); \quad P(X \geq 1); \quad P(0 \leq X < 1); \quad P(X \in (1;2] \text{ oder } X \leq -2)$$

d) Für eine zu den Parametern $\mu = 1$ und $\sigma^2 = 4$ normalverteilte Zufallsvariable Y :

$$P(-1 \leq Y \leq 3); \quad P(X \leq 1); \quad P(X < -5)$$

Hinweis: Führe die Ereignisse, für die hier Wahrscheinlichkeiten berechnet werden sollen, auf Ereignisse zurück, die durch eine standardnormalverteilte Zufallsvariable beschrieben werden.

Aufgabe 2

Durch

x	y	-5	-4	0	2	3
-10		0,01	0,025	0,02	0,015	0,03
1		0,07	0,175	0,14	0,105	0,21
10		0,02	0,05	0,04	0,03	0,06

sei die gemeinsame Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsvariablen X und Y gegeben.

- Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilungen von X und von Y , indem Sie ihre Werte als letzte Spalte bzw. letzte Zeile in obiger Tabelle ergänzen.
- Begründen Sie, ob die Zufallsvariablen X und Y unabhängig sind oder nicht. Falls Sie zu dem Ergebnis kommen, dass die Zufallsvariablen abhängig sind: Wie müsste die gemeinsame Verteilung modifiziert werden, damit X und Y unabhängig sind?
- Berechnen Sie die Erwartungswerte von X und Y .

Aufgabe 3

Gegeben sei eine absolutstetige Zufallsvariable X mit Wahrscheinlichkeitsdichte f . Sei F_X die Verteilungsfunktion von X

- Zeigen Sie, dass für alle $a \in \mathbb{R}$ gilt $P(X = a) = 0$.
- Zeigen Sie, dass die Verteilungsfunktion F_X an allen Stellen stetig ist.

Hinweis: Sie dürfen die Sätze aus der Vorlesung über Verteilungsfunktionen benutzen.

Abgabe: Mittwoch, 16.12.09, 12.00 Uhr, Postfächer der Tutoren in V3-128

Vergessen Sie nicht, diejenigen Aufgaben anzugeben, die Sie bereit sind vorzurechnen!