Universität Bielefeld
G. Elsner

Methoden der angewandten Mathematik

Übersicht Kombinatorik

Allgemeines Zählprinzip:

Aus k nichtleeren Mengen $M_1, M_2, ..., M_k$ mit $n_1, n_2, ..., n_k$ Elementen kann man

$$n_1 \cdot n_2 \cdot ... \cdot n_k$$

verschiedene k-Tupel $(x_1; ...; x_k)$ bilden mit $x_1 \in M_1, ..., x_k \in M_k$.

Viele Abzählprobleme lassen sich mit Hilfe von Urnen-Modellen lösen:
Im Folgenden betrachten wir eine Urne mit n verschiedenen Kugeln. Es bezeichne k die Anzahl der Ziehungen von Kugeln aus der Urne.

Ziehen **mit** Zurücklegen und **mit** Beachtung der Reihenfolge:

Anzahl der möglichen Ergebnisse: $n^k, \qquad k, n \in \mathbb{N}$

Ziehen **ohne** Zurücklegen und **mit** Beachtung der Reihenfolge:

Anzahl der möglichen Ergebnisse: $n \cdot (n-1) \cdot ... \cdot (n-k+1), \qquad 0 \leq k \leq n$
Spezialfall $k = n$:
Das Experiment liefert alle möglichen Anordnungen von n Elementen.
Anzahl möglicher Anordnungen von n Elementen: $n \cdot (n-1) \cdot ... \cdot 2 \cdot 1 = n!$

Ziehen **ohne** Zurücklegen und **ohne** Beachtung der Reihenfolge:

Anzahl der möglichen Ergebnisse: $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot ... \cdot (n-k+1)}{k!}, \qquad 0 \leq k \leq n$

(= Anzahl der k-elementigen Teilmengen einer n-elementigen Menge)

Ziehen **mit** Zurücklegen und **ohne** Beachtung der Reihenfolge:

Anzahl der möglichen Ergebnisse: $\binom{n+k-1}{k}, \qquad k, n \in \mathbb{N}$