Fakultät für Mathematik
Universität Bielefeld

Prof. Dr. Christopher Voll
Sommersemester 2018

Lineare Algebra 2
Präsenzübungsblatt 3

Aufgabe 1. Es sei
$$A := \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \in \mathrm{Mat}_2(\mathbb{R}).$$

(1) Entscheiden Sie, ob die quadratische Form
$$q_A : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \quad (x, y) \mapsto (x, y)A(x, y)^{\mathrm{t}}$$
ausgeartet ist.

(2) Nach Satz 1.26 der Vorlesung gibt es eine Orthogonalbasis des $\mathbb{R}^2$ bezüglich der Form q_A. Bestimmen Sie eine solche Basis. Finden Sie auch eine Orthonormalbasis?

(3) Bestimmen Sie eine invertierbare Matrix $T \in \mathrm{GL}_2(\mathbb{R})$ derart, dass $T^{\mathrm{t}}AT$ eine Diagonalmatrix ist.

Aufgabe 2. Zeigen Sie, dass jede symmetrische Matrix $A \in \mathrm{Mat}_n(\mathbb{C})$ eine Darstellung
$$A = S^{\mathrm{t}}S$$
mit einer geeigneten Matrix $S \in \mathrm{Mat}_n(\mathbb{C})$ hat.

Aufgabe 3. Es sei V der $\mathbb{R}$-Vektorraum der rellen Polynome vom Grad höchstens 2. Zeigen Sie, dass die Abbildung
$$\phi : V \times V \to \mathbb{R}, \quad (f, g) \mapsto \int_{-1}^{1} f(x)g(x)\mathrm{d}x$$
eine symmetrische Bilinearform ist, und bestimmen Sie die Strukturmatrix von ϕ bezüglich einer geeigneten Basis von V. Ist ϕ ausgeartet?