Fakultät für Mathematik
Universität Bielefeld

Prof. Dr. Christopher Voll
Sommersemester 2018

Mathematik 2 für Chemie
Präsenzübungsblatt 14

Aufgabe 1. Zeigen Sie anhand des Beispiels der Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \quad \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto \begin{cases} \frac{x^3y - xy^3}{x^2+y^2}, & \text{falls } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & \text{falls } (x, y) = (0, 0), \end{cases}$$

dass die Bedingungen des Satzes 5.6 von Schwarz notwendig für seine Konklusion sind.

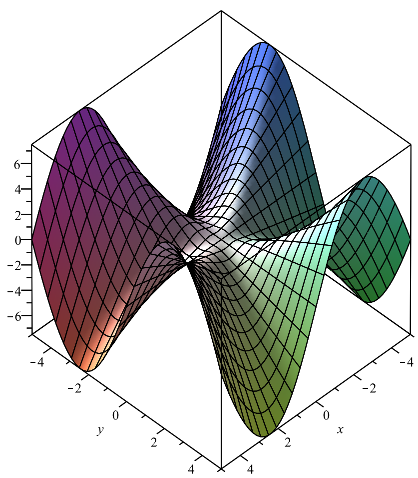

ABBILDUNG 1. Ausschnitt aus dem Graphen der Funktion f.

Aufgabe 2. Gegeben sei die Funktion

$$g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \quad \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto x^2y.$$

Berechnen Sie

(1) die partiellen Ableitungen g_x und g_y,
(2) den Normalen Vektor der Tangentialebene $E_{(-1,1)}$ an den Graphen der Funktion g im Punkt $(-1, 1, g(-1, 1))^{\mathrm{t}}$.

Liegt der Punkt $(0, 0, -2)^{\mathrm{t}} \in \mathbb{R}^3$ auf der Tangentialebene $E_{(-1,1)}$?

Aufgabe 3. Gegeben eine partiell differenzierbare Funktion $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ und Indizes $i_1, \ldots, i_r \in \{1, \ldots, n\}$, schreiben wir

$$f_{i_1 i_2 \ldots i_r} = \frac{\partial}{\partial x_{i_1}} \left(\frac{\partial}{\partial x_{i_2}} \left(\cdots \left(\frac{\partial}{\partial x_{i_r}} f \right) \right) \right)$$

für die *partiellen Ableitungen der Ordnung* r.

Bestimmen Sie, für die Funktionen $f_i : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, definiert durch

(1) $f_1((x_1, x_2)^{\mathrm{t}}) = x_1^4 \, \mathrm{e}^{x_1} \, x_2^2 + 2$,
(2) $f_2((x_1, x_2)^{\mathrm{t}}) = x_2 \left(\sin(x_1) - x_1^4\right)$,
(3) $f_3((x_1, x_2)^{\mathrm{t}}) = x_1^2 x_2^2 + x_2 \sin(x_1^3) + \mathrm{e}^{x_1}$,

die partielle Ableitung 5. Ordnung f_{22211}. (Hinweis: Satz von Schwarz.)