

Übungen zur Vorlesung Mathematische Methoden der Biowissenschaften IIIFourieranalysis

Blatt 3

Aufgabe 8:

Zeigen Sie: Jede monoton wachsende Funktion $f : [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$ ist von beschränkter Variation. Geben Sie außerdem eine Funktion $g : [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$, die nicht von beschränkter Variation ist.

Aufgabe 9:

Beweisen Sie, dass die Supremumsnorm $\|\cdot\|_\infty$ tatsächlich eine Norm auf $C([a; b])$ ist.

Aufgabe 10:

Zeigen Sie den Satz des Pythagoras in $C([-\pi; \pi])$: Gilt $f \perp g$, so gilt

$$\|f + g\|_2^2 = \|f\|_2^2 + \|g\|_2^2.$$

Warum heißt das "Satz des Pythagoras"?

Aufgabe 11:

Zeigen Sie, dass die folgenden Polynome $p_i : [-1; 1] \rightarrow \mathbb{R}$ alle orthogonal zueinander sind bzgl des Innenprodukts $\langle f, g \rangle = \int_{-1}^1 f(x)g(x)dx$.

$$p_0(x) = 1, p_1(x) = x, p_2(x) = \frac{1}{2}(3x^2 - 1), p_3(x) = \frac{1}{2}(5x^3 - 3x)$$