Dr. D. Frettlöh 19.11.2010

Übungen zur Vorlesung Mathematische Methoden der Biowissenschaften III
Fourieranalysis

Blatt 6

Aufgabe 20:
Berechnen Sie die Fouriertransformierten von
(a) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{C},\ f(x) = e^{-|x|}$,
(b) $g : \mathbb{R} \to \mathbb{C},\ g(x) = \frac{1}{1+x^2}$,
(c) $h : \mathbb{R} \to \mathbb{C},\ h(x) = \begin{cases} x+1 & \text{für } -1 \leq x < 0 \\ -x+1 & \text{für } \ 0 \leq x < 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$.

Aufgabe 21:
Beweisen Sie Satz 5.2 (c), (d) und (e).

Aufgabe 22:
Es gilt die Eulersche Formel $e^{ix} = \cos(x) + i\sin(x)$. Beweisen Sie

$$\cos(x) = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2},\ \sin(x) = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}.$$

Stellen Sie außerdem die Zahlen $e^{2\pi i/6}$, $e^{2\pi i/4}$ und $e^{2\pi i/3}$ in der Form $a+bi$ dar ($a, b \in \mathbb{R}$).

Aufgabe 23:
Zeigen sie, dass die ersten vier Hermite-Funktionen jeweils orthogonal zueinander sind bzgl $\langle f, g\rangle = \int\limits_{-\infty}^{\infty} f(x)g(x)dx$. Dazu können die konstanten Vorfaktoren ignoriert werden, es reicht also, das für die folgenden vier Funktionen nachzuweisen:
$\tilde{H}_0(x) = e^{-x^2/2}$, $\quad \tilde{H}_1(x) = 2xe^{-x^2/2}$, $\quad \tilde{H}_2(x) = (4x^2-2)e^{-x^2/2}$ $\quad \tilde{H}_3(x) = (8x^3-12x)e^{-x^2/2}$
Dabei dürfen Sie benutzen: $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2/2}dx = \sqrt{2\pi}$ (siehe Math. Meth. f. Bioinf. II: W-theorie und Statistik).

Abgabetermin: Freitag, 26.11.2010, 12 Uhr, Postfach 148 in Raum V3-128