Dr. D. Frettlöh 15.1.2010

Übungen zur Vorlesung Mathematische Methoden der Biowissenschaften III

Fourieranalysis und Anwendungen

Blatt 12

Aufgabe 43:
Berechnen Sie alle zweiten partiellen Ableitungen folgender Funktionen (also $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$, usw)

$$f(x,y) = x^3 - x^2y + xy^2 + 3xy \qquad \text{und} \qquad g(x,y) = \frac{x^3 - xy}{1+y}$$

Aufgabe 44:
Bestimmen Sie das $f \in L^1$ (dargestellt durch eine Gleichung in $g \in L^1$) in der DGL $f - f'' = g$ durch FT.
Was ergäbe sich für die konstante Funktion $g(x) = 1$?

Aufgabe 45:
Zeigen Sie, dass $c \cdot e^{at} + d \cdot e^{-at}$ $(c, d \in \mathbb{R})$ eine Lösung der DGL $\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} - a^2 f = 0$ ist.
Bestimmen Sie c und d so, dass Sie eine Lösung des zugehörigen Anfangswertproblems

$$f(0) = 1, \qquad \frac{\partial f}{\partial t}(0) = 0$$

erhalten. (Bemerkung: Es kann sogar gezeigt werden, dass alle Lösungen dieser DGL von der obigen Form sind.)

Aufgabe 46:
Lösen Sie die eindimensionale *Wellengleichung*. D.h., finden Sie alle Lösungen des Anfangswertproblems

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} &= 0 && (t \in]0;\infty[, x \in \mathbb{R}) \\ f(0,x) &= g(x) && (x \in \mathbb{R}) \\ \frac{\partial f}{\partial t}(0,x) &= 0 && (x \in \mathbb{R}) \end{aligned}$$

durch räumliche FT (also FT nur in x).
Tipp: Gehen Sie analog zu den Beispielen im Skript vor und benutzen Sie A 45 für $a = ik$.

Abgabetermin: Freitag, 23.1.2010, in der Vorlesung