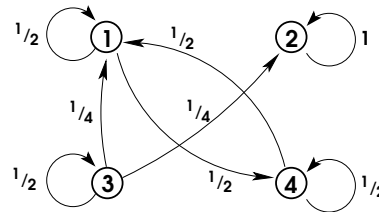


Übungen zur Vorlesung Mathematische Methoden der Biowissenschaften II
Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik

Blatt 8

Aufgabe 30:

Stellen sie zu dem nebenstehenden Markow-Graphen die zugehörige Markow-Matrix auf, bestimmen Sie alle absorbierenden Zustände, entscheiden Sie, ob der Graph reduzibel, irreduzibel und/oder primitiv ist. Bestimmen sie dann alle stationären Verteilungen.



Aufgabe 31:

Ein zerstreuter Professor besitzt zwei Regenschirme. Jeden Morgen geht er in die Uni, und wenn es regnet, nimmt er einen Schirm mit — *falls* er gerade einen zu Hause hat. Abends geht er wieder nach Hause und nimmt, falls es regnet, und falls er gerade einen Schirm in der Uni hat, einen mit. Wenn es nicht regnet, nimmt er keinen Schirm mit. Die Wahrscheinlichkeit, dass es bei einem Gang des Professors regnet, sei immer gleich p , mit $0 < p < 1$. Berechnen sie die Wahrscheinlichkeit, dass der Professor bei einem Gang nass wird.

Tipp: Beschreiben Sie das als Markowkette, wobei die Zustände die Zahl der Schirme am Standort des Professors sind.

Aufgabe 32:

Sei alles wie in der letzten Aufgabe, und zusätzlich sei $p = \frac{1}{5}$. Nun kauft der Professor sich einen weiteren Schirm. Wie verbessern sich seine Chancen, trocken zu bleiben?

Aufgabe 33:

Zwei Hunde, von denen der eine anfangs vier Flöhe hat, der andere keinen, begegnen sich regelmäßig. Bei jedem Treffen wechselt ein zufälliger der vier Flöhe (Gleichverteilung) den Hund. Berechnen Sie die zugehörige Markow-Matrix, bestimmen Sie eine stationäre Verteilung v , und begründen Sie, warum diese eindeutig ist.

Zeigen sie: Trotzdem ist die Matrix nicht primitiv, und es gilt für beliebige Startverteilungen u nicht: $\lim_{n \rightarrow \infty} M^n u = v$.