Dr. D. Frettlöh 26.6.2009

Übungen zur Vorlesung Mathematische Methoden der Biowissenschaften II
Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik

Blatt 10

Aufgabe 38:
12 Versuchsflächen wurden mit einer neuen Weizensorte bestellt. Diese Flächen erbrachten folgende Hektarerträge (in $dz = 100kg$):

35.6, 33.7, 37.8, 31.2, 37.2, 34.1, 35.8, 36.6, 37.1, 34.9, 35.6, 34.0

Aus Erfahrung weiß man, dass die Hektarerträge als eine Realisierung unabhängiger, $\mathcal{N}(\mu, 3.24)$-verteilter Zufallsvariablen angesehen werden können. Geben Sie bitte für den Erwartungswert μ ein konkretes Schätzintervall zum Niveau 0.95 an.

Aufgabe 39:
Eine Gewichtsbestimmung von Sonnenblumenpflanzen ergab folgende Werte in Gramm:

99.2, 101.9, 77.7, 105.6, 98.2, 96.9, 97.9, 108.4, 115.9, 122.9

Wir nehmen an (z.B. aus Erfahrung), dass die Gewichte der Sonnenblumen Realisierungen unabhängiger identisch normalverteilter Zufallsvariblen sind.

a) Berechnen Sie bitte unter dieser Annahme ein 95%-Konfidenzintervall für den Erwartungswert der Zufallsvariablen des Gewichts X, falls die Varianz von X nicht bekannt ist.

b) Lösen Sie bitte das Problem aus a) für den Fall einer bekannten Varianz $\sigma^2 = 120$ von X. Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit dem aus a).

Aufgabe 40:
Ein Meinungsforschungsinstitut soll durch eine Umfrage den prozentualen Stimmenanteil, den eine Partei bei der bevorstehenden Wahl erhält, möglichst gut vorhersagen. Dazu werden n zufällig ausgewählte Wahlberechtigte befragt. Als Vorhersagewert dient der prozentuale Stimmenanteil für die Partei unter den Befragten. Wie viele Personen müssen mindestens ausgewählt werden, damit mit 99% Wahrscheinlichkeit sichergestellt ist, dass der tatsächliche prozentuale Stimmenanteil von dem prognostizierten Wert um höchstens einen Prozentpunkt abweicht,

a) falls es sich um eine große Partei handelt,

b) falls es sich um eine Partei handelt, deren Stimmenanteil nicht über 10% liegen wird?

Pech gehabt! Das Blatt geht auf der Rückseite weiter!

Aufgabe 41:
Seien $X_1,\ X_2,\dots$ unabhängig und identisch $\mathcal{N}(0,\sigma^2)$-verteilt und sei

$$T = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i^2.$$

Zeigen Sie:

a) T ist ein erwartungstreuer Schätzer für die Varianz $V(X_i)$.

b) T ist ein konsistenter Schätzer für die Varianz $V(X_i)$, d.h. (allgemeiner als in der Vorlesung definiert):

$$\lim_{n\to\infty} V(T) = 0.$$

Tipp: Es ist $E(X_i^4) = 3\sigma^4$.

Abgabetermin: Freitag, 3.7.2009, in der Vorlesung