DR. D. FRETTLÖH 11.5.2009

Vorkurs Angewandte Mathematik

Die Lösungen zum Selbsttest

Aufgabe 1: Berechnen Sie $(x+y)^3$: $x^3+3x^2y+3xy^2+1$

Aufgabe 2: Berechnen Sie $1+2+3+4+\cdots+100$: (Dreieckszahl) $\binom{101}{2}=5050$.

Aufgabe 3: Berechnen Sie $2^0+2^1+2^2+2^3+\cdots+2^{20}$: (geometrische Reihe) $\frac{2^{21}-1}{2-1}=2^{21}-1=2097151$

Aufgabe 4: Berechnen Sie 7!: 5040

Aufgabe 5: Berechnen Sie $\sum\limits_{n=3}^{6}\frac{n}{2}$: $=\frac{3}{2}+\frac{4}{2}+\frac{5}{2}+\frac{6}{2}=9$.

Aufgabe 6: Berechnen Sie $\sum\limits_{n=0}^{20}\frac{1}{2^k}$: (geom. Reihe) $=\frac{(\frac{1}{2})^{21}-1}{\frac{1}{2}-1}=2(1-(\frac{1}{2})^{21})=2-\frac{1}{2^{20}}$ (das reicht, ist gleich 2097151/1048576.)

Aufgabe 7: Berechnen Sie $\binom{5}{3}$: Mit Formel: $\frac{5!}{3!2!}=\frac{5\cdot4}{2\cdot1}=10$. (Oder über's Pascalsche Dreieck)

Aufgabe 8: Berechnen Sie $\binom{100}{99}$: Mit Formel: $\frac{100!}{99!1!}=100$.

Aufgabe 9: Welche der folgenden Funktionen ist surjektiv bzw. injektiv bzw. bijektiv?

- $f:\{1,2,3,4\}\to\{1,2,3\}$, $f(1)=1, f(2)=3, f(3)=2, f(4)=3$: surjektiv (alle kommen dran), nicht injektiv: $f(2)=f(4)$, also nicht bijektiv.
- $g:\{1,2,3\}\to\{1,2,3\}$, $g(1)=3, g(2)=2, g(3)=1$: surjektiv, injektiv, also bijektiv.
- $h:\{1,2,3\}\to\{1,2,3,4\}$, $h(1)=1, h(2)=2, h(3)=3$: nicht surjektiv, injektiv, also nicht bijektiv.

Aufgabe 10: Welche der folgenden Mengen sind beschränkt, welche haben ein Maximum?

- $]-\infty;17]$: unbeschränkt (da nicht nach unten beschränkt), hat ein Maximum: 17.
- $]0;1[$: beschränkt, hat kein Maximum.
- $]0;2]$: beschränkt, hat ein Maximum: 2.

Aufgabe 11: Was ist der Grenzwert einer Folge? Antwort: Falls es ein a in $\mathbb{R}$ gibt, so dass die Folge a_n gegen a konvergiert, heißt a Grenzwert der Folge a_n. Dabei bedeutet 'a_n konvergiert gegen a', dass $\forall\varepsilon>0\ \exists N\in\mathbb{N}\ \forall n\geq N:\ |a_n-a|<\varepsilon$.

Aufgabe 12: Berechnen Sie den Grenzwert der Folge $a_n=\frac{n+1}{n}$: $a_n=1+\frac{1}{n}=1+0=1$.