

Sommersemester 2010

Mathematik II für NWI/Analysis

Übungszettel 13

Aufgabe 56: Berechnen Sie die folgenden Integrale:

$$(a) \int_0^a \int_0^b x^2 y^2 (x^2 - y^2) dx dy$$

$$(b) \int_0^\pi \int_0^\pi \int_0^\pi \cos(x + y + z) dx dy dz$$

Hinweis: Beachten Sie $\sin(\pi + w) = -\sin(w)$ und verwandte Relationen

$$(c) \int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} y^2 dy dx$$

(1+2+2 Punkte)

Aufgabe 57: Berechnen Sie das (dreidimensionale) Volumen der von der x - y -Ebene und dem Paraboloid $\{z = 2 - x^2 - y^2\}$ eingeschlossenen Menge.

Hinweis: Machen Sie sich zunächst eine Skizze, charakterisieren Sie das zu berechnende Volumen, und verwenden Sie dann geeignete Koordinaten.

(3 Punkte)

Aufgabe 58: Berechnen Sie das Volumen der dreidimensionalen Einheitskugel. Wie lautet nun die Volumenformel für eine Kugel vom Radius r ?

(2+1 Punkte)

Aufgabe 59: (Zusatzaufgabe vom Klausurtyp)

$$(a) \int_I \int (2x + 3y) d(x, y) \text{ mit } I = [0, 2] \times [3, 4]$$

$$(b) \int_I \int e^{x+y} d(x, y) \text{ mit } I = [1, 2] \times [1, 2]$$

$$(c) \int_I \int \int \frac{x^2 z^3}{1+y^2} d(x, y, z) \text{ mit } I = [0, 1] \times [0, 1] \times [0, 1]$$

(1+1+2 Punkte)