Michael Baake
Peter Zeiner
Universität Bielefeld
Fakultät für Mathematik

Bielefeld, 04.6.2010

Sommersemester 2010

Mathematik II für NWI/Analysis

Übungszettel 9

Aufgabe 38: Vektor- versus Matrixnorm.

(a) Wir betrachten zunächst die $\|.\|_1$-Norm, also $\|x\|_1 = \sum_{i=1}^{n} |x_i|$ im $\mathbb{R}^n$. Zeigen Sie, dass die zugehörige Matrixnorm $|||A|||$ die Spaltensummennorm ist, also
$|||A||| = \|A\|_1 := \max_{1\le k\le n} \sum_{j=1}^{n} |a_{jk}|$

Hinweis: Zeigen Sie zunächst, dass $\|Ax\|_1 \le \|A\|_1 \cdot \|x\|_1$, also $\|A\|_1$ eine obere Schranke für die Matrixnorm $|||A|||$ ist (warum folgt das?).
Zeigen Sie dann mittels der kanonischen Basisvektoren, dass auch $\|A\|_1 \le |||A|||$ gelten muss.

(b) Bestimmen Sie analog die Matrixnorm zur Vektornorm $\|.\|_\infty$ im $\mathbb{R}^n$.

(3+2 Punkte)

Aufgabe 39: Betrachten Sie die Differentialgleichung $\ddot{u} + 2a\dot{u} + a^2u = 0$.

(a) Weisen Sie nach, dass sowohl e^{-at} als auch te^{-at} Lösungen der Differentialgleichung sind.

(b) Sind die Lösungen aus (a) linear unabhängig? Begründung!

(c) Lösen Sie nun das Anfangswertproblem mit $u(0) = 1$ und $\dot{u}(0) = 0$.

(d) Behandeln Sie die inhomogene Differentialgleichung $\ddot{u} + 2a\dot{u} + a^2u = 5$ bei gleichen Anfangsbedingungen.

(1+1+1+2 Punkte)

Aufgabe 40: Jetzt betrachten wir $\ddot{u} + \dot{u} = 0$.

(a) Bestimmen Sie zunächst die Lösungen nach der allg. Methode aus der Vorlesung (Euler'scher Ansatz).

(b) Ermitteln Sie die Lösungen alternativ mit der Substitution $v = \dot{u}$ durch Rückführung auf eine Differentialgleichung erster Ordnung.

(c) Passen Sie die Lösung an die Anfangsbedingungen $u(0) = 1, \dot{u}(0) = 2$ an.

(1+2+1 Punkte)

(bitte wenden)

Aufgabe 41: Schließlich: $\ddot{u} - 4\dot{u} + 5u = 0$.

(a) Was sind die Lösungen?
Was bedeuten Sie?

(b) Bestimmen Sie eine partikuläre Lösung u_p der inhomogenen Gleichung $\ddot{u} - 4\dot{u} + 5u = t$.
<u>Hinweis:</u> Setzen Sie für u_p ein Polynom 1. Ordnung in t an.

(c) Was ist jetzt die allgemeine Lösung der inhomogenen Gleichung?

(2+2+1 Punkte)

Abgabe bis zum 11.6.2010!