

Wintersemester 2010/2011

Mathematik I für Informatik/Analysis

Übungszettel 1

Vorbemerkung: Wiederholen Sie zunächst den Stoff der Vorlesung. Versuchen Sie, die Aufgaben ohne weitere Hilfsmittel zu lösen!

Aufgabe 1: (a) Wiederholen Sie die allgemeine Definition der Binomialkoeffizienten und berechnen Sie dann (ohne Taschenrechner!)

$$\binom{7}{k} \quad \text{für } 0 \leq k \leq 7$$

sowie

$$\binom{1/3}{k} \quad \text{für } 0 \leq k \leq 5.$$

(b) Beweisen Sie mit vollständiger Induktion die Gültigkeit der Formel

$$\sum_{k=0}^n \binom{\alpha + k}{k} = \binom{\alpha + n + 1}{n}$$

für $n \in \mathbb{N}_0$.

Hinweis: Machen Sie sich zunächst die Bedeutung der Summe klar und überlegen Sie sich, wie man hier das Induktionsprinzip am besten einsetzt.

(2+2 Punkte)

Aufgabe 2: Die Lucas-Zahlen sind rekursiv definiert durch $\ell_0 = 2, \ell_1 = 1$ und $\ell_{n+1} = \ell_n + \ell_{n-1}$ für $n \in \mathbb{N}$. Beweisen Sie die Gültigkeit der Formel

$$\ell_n = \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)^n + \left(\frac{1 - \sqrt{5}}{2} \right)^n$$

für $n \in \mathbb{N}_0$.

Hinweis: Setzen Sie vollständige Induktion ein. Was muss hier beim Induktionsanfang beachtet werden?

(4 Punkte)

(bitte wenden)

Aufgabe 3: Im Folgenden sind $a, b \in \mathbb{R}$. Prüfen Sie die Richtigkeit folgender Ungleichungen (mit Begründung!):

(a) $a \leq |a|$

(b) $a \leq a^2$

(c) $2ab \leq a^2 + b^2$

(d) $1 + a < \frac{1}{1-a}$

(1+1+1+1 Punkte)

Abgabe bis zum 22.10.2010!