Universität Bielefeld

Michael Baake
Peter Zeiner
Fakultät für Mathematik

Bielefeld, 29.10.2010

Wintersemester 2010/2011

Mathematik I für Informatik/Analysis

Übungszettel 3

Aufgabe 7: Beweisen Sie folgende Aussage:

Die einzige reelle Zahl x, die $|x| < \varepsilon$ für alle $\varepsilon > 0$ erfüllt, ist $x = 0$.

(2 Punkte)

Aufgabe 8: Wir betrachten die Reihe

$$\sum_{\ell=1}^{\infty} \frac{1}{\ell(\ell+1)} .$$

(a) Berechnen Sie die Partialsummen

$$S_n = \sum_{\ell=1}^{n} \frac{1}{\ell(\ell+1)} \qquad \text{für } 1 \leqslant n \leqslant 5.$$

(b) Formulieren Sie eine Vermutung für eine Formel für S_n, und beweisen Sie diese per Induktion.

(c) Ist die Reihe konvergent? Wenn ja, was ist ihre Summe?

(1+2+1 Punkte)

Aufgabe 9: Es sei $n \in \mathbb{N}_0$ und $x \geq -1$. Zeigen Sie nun die Gültigkeit der Bernoulli-Ungleichung:

$$(1+x)^n \geq 1 + nx.$$

Was passiert für $x < -1$?

(2+1 Punkte)

Aufgabe 10: Wir betrachten noch einmal die Lucas-Zahlen ℓ_n aus Aufgabe 2 und setzen $r_n = \frac{\ell_{n+1}}{\ell_n}$. Weisen Sie nach, dass die Folge $(r_n)_{n\in\mathbb{N}}$ konvergiert, und berechnen Sie ihren Grenzwert.

(2 Punkte)

Abgabe bis zum 05.11.2010!