Universität Bielefeld

Michael Baake
Peter Zeiner
Fakultät für Mathematik

Bielefeld, 12.11.2010

Wintersemester 2010/2011

Mathematik I für Informatik/Analysis

Übungszettel 5

Aufgabe 16: Sei P ein Polynom. Ist dann die Funktion $x \mapsto P(x)$ auf ganz $\mathbb{R}$ stetig? Begründen Sie Ihre Antwort!

(3 Punkte)

Aufgabe 17: Wir betrachten die hyperbolischen Funktionen

$$\sinh(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$$

und

$$\cosh(x) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{x^{2m}}{(2m)!}$$

(a) Zeigen Sie, dass der Konvergenzradius beider Reihen ∞ ist.

(b) Verifizieren Sie die Relationen

$$\sinh(x) + \cosh(x) = \exp(x)$$

$$\cosh(x) = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x}), \quad \cosh(-x) = \cosh(x),$$

$$\sinh(x) = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x}), \quad \sinh(-x) = -\sinh(x).$$

(c) Skizzieren Sie die Funktionen e^x, $\cosh(x)$ und $\sinh(x)$ (Sie dürfen für die Berechnung von e^x einen Taschenrechner einsetzen).

(1+2+1 Punkte)

Aufgabe 18: Bestimmen Sie den Konvergenzradius der folgenden Potenzreihen (für $\alpha \in \mathbb{R}$); und berechnen Sie die Summe:

(a) $\sum_{n\geq 0} \alpha\, x^n$

(b) $\sum_{n\geq 0} (\alpha\, x)^n$

(c) $\sum_{n\geq 0} \alpha^n\, x^{2n}$

(d) $\sum_{n\geq 0} (-2)^n\, x^{5n}$

(1+1+1+1 Punkte)

Abgabe bis zum 19.11.2010!