Übersicht Logik

Seien A, B, C Aussagen.

		Negation	Konjunktion	Disjunktion	Implikation	Äquivalenz
A	B	„nicht A“ $\neg A$	„A und B“ $A \wedge B$	„A oder B“ $A \vee B$	„wenn A dann B“ $A \Rightarrow B$	„genau dann A wenn B“ $A \Leftrightarrow B$
w	w	f	w	w	w	w
w	f	f	f	w	f	f
f	w	w	f	w	w	f
f	f	w	f	f	w	w

$A \wedge B = B \wedge A$ (Kommutativgesetz)
$A \vee B = B \vee A$

$(A \wedge B) \wedge C = A \wedge (B \wedge C)$ (Assoziativgesetz)
$(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$

$A \wedge (B \vee C) = (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$ (Distributivgesetz)
$A \vee (B \wedge C) = (A \vee B) \wedge (A \vee C)$

$A \wedge (A \vee B) = A$ (Absorptionsgesetz)
$A \vee (A \wedge B) = A$

$\neg(\neg A) = A$

$\neg(A \wedge B) = (\neg A) \vee (\neg B)$ (de Morgan'sche Regeln)
$\neg(A \vee B) = (\neg A) \wedge (\neg B)$

$(A \Rightarrow B) = (\neg A) \vee B$
$\neg(A \Rightarrow B) = A \wedge (\neg B)$

$(A \Rightarrow B) = ((\neg B) \Rightarrow (\neg A))$ (Kontraposition)

$(A \Leftrightarrow B) = (A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A) = ((\neg A) \vee B) \wedge ((\neg B) \vee A)$
$\neg(A \Leftrightarrow B) = (\neg(A \Rightarrow B)) \vee (\neg(B \Rightarrow A)) = (A \wedge (\neg B)) \vee (B \wedge (\neg A))$

$(A \Leftrightarrow B) = ((\neg A) \Leftrightarrow (\neg B))$

Sei X eine Menge und E eine Eigenschaft, die ein Element $x \in X$ besitzen kann oder nicht.

„für [mindestens] ein $x \in X$ gilt $E(x)$“ $\exists x \in X : E(x)$ $\bigvee_{x \in X} E(x)$

„für alle $x \in X$ gilt $E(x)$“ $\forall x \in X : E(x)$ $\bigwedge_{x \in X} E(x)$

$\neg(\exists x \in X : E(x)) = \forall x \in X : (\neg E(x))$
$\neg(\forall x \in X : E(x)) = \exists x \in X : (\neg E(x))$

Seien Y, Z Mengen und F eine Eigenschaft, die ein Paar $(y, z) \in Y \times Z$ besitzen kann oder nicht.

$(\exists y \in Y)(\exists z \in Z)\ F(y,z) \iff (\exists z \in Z)(\exists y \in Y)\ F(y,z)$
$(\forall y \in Y)(\forall z \in Z)\ F(y,z) \iff (\forall z \in Z)(\forall y \in Y)\ F(y,z)$

$(\exists y \in Y)(\forall z \in Z)\ F(y,z) \Longrightarrow (\forall z \in Z)(\exists y \in Y)\ F(y,z)$
$(\exists y \in Y)(\forall z \in Z)\ F(y,z) \underset{\text{i. A.}}{\not\Longleftarrow} (\forall z \in Z)(\exists y \in Y)\ F(y,z)$

Übersicht Mengenlehre

Seien A, B, C Mengen.

$x \in A$ „x ist ein Element von A"
$x \notin A$ „x ist kein Element von A"

$A = B \;:\Longleftrightarrow\; (\forall x : x \in A \Leftrightarrow x \in B)$

$A \subset B \;:\Longleftrightarrow\; (\forall x : x \in A \Rightarrow x \in B)$ „A ist Teilmenge von B"

$A \cap B := \{x \,|\, x \in A \wedge x \in B\}$ *Durchschnitt*
$A \cup B := \{x \,|\, x \in A \vee x \in B\}$ *Vereinigung*

$A \setminus B := \{x \,|\, x \in A \wedge x \notin B\}$ *mengentheoretische Differenz*

$A = B \iff A \subset B \wedge B \subset A$

$A \cap B = B \cap A$ (Kommutativgesetz)
$A \cup B = B \cup A$

$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$ (Assoziativgesetz)
$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ (Distributivgesetz)
$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

$A \cap (A \cup B) = A$ (Absorptionsgesetz)
$A \cup (A \cap B) = A$

Ist X eine feste Menge und A eine Teilmenge von X, so definiert man außerdem das *Komplement* von A:
$A^c := \bar{A} := X \setminus A = \{x \in X \,|\, x \notin A\}$

$(A^c)^c = A$

$(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$ (de Morgan'sche Regeln)
$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$

Sei X eine Menge. Die *Potenzmenge* von X ist die Menge aller Teilmengen von X (einschließlich der leeren Menge $\emptyset$ und der Menge X selbst):
$\mathfrak{P}(X) := \{A \,|\, A \subset X\}$

Seien X, Y Mengen. Das *kartesische Produkt* von X und Y ist die Menge aller (geordneten) Paare von Elementen aus X und Y:
$X \times Y := \{(x, y) \,|\, x \in X \wedge y \in Y\}$

Seien $X_1, \ldots, X_n$ Mengen. Das *kartesische Produkt* von $X_1, \ldots, X_n$ ist die Menge aller (geordneten) n-Tupel von Elementen aus $X_1, \ldots, X_n$:
$X_1 \times \ldots \times X_n := \{(x_1, \ldots, x_n) \,|\, x_1 \in X_1 \wedge \ldots \wedge x_n \in X_n\}$

Sei $I \neq \emptyset$ eine beliebige Indexmenge, und sei zu jedem $i \in I$ eine Menge X_i gegeben.

$$\bigcap_{i \in I} X_i := \{x \,|\, \forall i \in I : x \in X_i\}$$ *Durchschnitt*

$$\bigcup_{i \in I} X_i := \{x \,|\, \exists i \in I : x \in X_i\}$$ *Vereinigung*