

**Funktionen**

## Übungsblatt 10

\* \* \*

Abgabe bis 12 Uhr am **22. Juni 2018** im Postfach Ihrer Tutorin bzw. Ihres Tutors.

*Begründen Sie alle Ihre Antworten.*

**Aufgabe 1** (3+2 Bonuspunkte).

1. Seien  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$  mit  $c \neq 0$  und sei

$$f(x) := \frac{ax + b}{cx + d}.$$

Bestimmen Sie  $a, b, c, d$  derart, dass  $f$  alle folgenden Eigenschaften hat:

- $|\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x = 3\} \cap \Gamma_f| = 0$ ,
- $(5, 2) \in \Gamma_f$  und  $(1, -2) \in \Gamma_f$ ,

wobei  $\Gamma_f$  der Graph der Funktion  $f$  ist.

2. Schreiben Sie  $f$  in Normalform<sup>1</sup> und zeichnen Sie  $\Gamma_f$ .

**Aufgabe 2** (3+2 Punkte).

1. Bestimmen Sie die quadratische Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  derart, dass  $(0, 3), (-1, 6) \in \Gamma_f$  und dass  $|\Gamma_f \cap \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y = -4x + 2\}| = 1$ , wobei  $\Gamma_f$  der Graph der Funktion  $f$  ist.
2. Schreiben Sie  $f$  in Normalform<sup>2</sup> und zeichnen Sie  $\Gamma_f$ .

**Aufgabe 3** (3+3 Punkte).

1. Schreiben Sie die Funktion

$$f(x) = -3x^2 + 12x - 7$$

in Normalform<sup>2</sup> und zeichnen Sie  $\Gamma_f$ .

2. Schreiben Sie die Funktion

$$g(x) = \frac{3x - 5}{4 - 6x}$$

in Normalform<sup>1</sup> und zeichnen Sie  $\Gamma_h$ , wobei  $h := -g$ .

(Bitte wenden.)

<sup>1</sup>Hier ist die Normalform die Darstellung:  $f(x) = y_0 + \frac{k}{x-x_0}$ , für geeignete  $x_0, y_0, k \in \mathbb{R}$ .

<sup>2</sup>Hier ist die Normalform die Darstellung:  $f(x) = a(x-x_0)^2 + y_0$ , für geeignete  $x_0, y_0 \in \mathbb{R}$ .

**Aufgabe 4** (4 Bonuspunkte).

Sei  $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{1}{x}$ . Zeigen Sie, dass alle Punkte  $P = (x, y) \in \Gamma_f$  die folgende Gleichung erfüllen

$$|d(P, F_1) - d(P, F_2)| = 2\sqrt{2},$$

wobei  $F_1 = (\sqrt{2}, \sqrt{2})$  und  $F_2 = (-\sqrt{2}, -\sqrt{2})$ .