

Funktionen

Übungsblatt 10

* * *

Abgabe bis 12 Uhr am **22. Juni 2018** im Postfach Ihrer Tutorin bzw. Ihres Tutors.

Begründen Sie alle Ihre Antworten.

Aufgabe 1 (3+2 Bonuspunkte).

1. Seien $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ mit $c \neq 0$ und sei

$$f(x) := \frac{ax + b}{cx + d}.$$

Bestimmen Sie a, b, c, d derart, dass f alle folgenden Eigenschaften hat:

- $|\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x = 3\} \cap \Gamma_f| = 0$,
- $(5, 2) \in \Gamma_f$ und $(1, -2) \in \Gamma_f$,

wobei Γ_f der Graph der Funktion f ist.

2. Schreiben Sie f in Normalform¹ und zeichnen Sie Γ_f .

Aufgabe 2 (3+2 Punkte).

1. Bestimmen Sie die quadratische Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ derart, dass $(0, 3), (-1, 6) \in \Gamma_f$ und dass $|\Gamma_f \cap \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y = -4x + 2\}| = 1$, wobei Γ_f der Graph der Funktion f ist.
2. Schreiben Sie f in Normalform² und zeichnen Sie Γ_f .

Aufgabe 3 (3+3 Punkte).

1. Schreiben Sie die Funktion

$$f(x) = -3x^2 + 12x - 7$$

in Normalform² und zeichnen Sie Γ_f .

2. Schreiben Sie die Funktion

$$g(x) = \frac{3x - 5}{4 - 6x}$$

in Normalform¹ und zeichnen Sie Γ_h , wobei $h := -g$.

(Bitte wenden.)

¹Hier ist die Normalform die Darstellung: $f(x) = y_0 + \frac{k}{x-x_0}$, für geeignete $x_0, y_0, k \in \mathbb{R}$.

²Hier ist die Normalform die Darstellung: $f(x) = a(x-x_0)^2 + y_0$, für geeignete $x_0, y_0 \in \mathbb{R}$.

Aufgabe 4 (4 Bonuspunkte).

Sei $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x}$. Zeigen Sie, dass alle Punkte $P = (x, y) \in \Gamma_f$ die folgende Gleichung erfüllen

$$|d(P, F_1) - d(P, F_2)| = 2\sqrt{2},$$

wobei $F_1 = (\sqrt{2}, \sqrt{2})$ und $F_2 = (-\sqrt{2}, -\sqrt{2})$.