Sommersemester 2018 Angela Carnevale

Funktionen

Übungsblatt 11

⋆ ⋆ ⋆

Abgabe bis 12 Uhr am **29. Juni 2018** im Postfach Ihrer Tutorin bzw. Ihres Tutors.

Begründen Sie alle Ihre Antworten.

Aufgabe 1 (2+2 Punkte)**.**

1. Beweisen Sie, dass die Menge der Punkte $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, die die folgende Gleichung erfüllen
$$(x - y)^2 + (x + y)^2 + 4(x - y) - 14 = 0$$
ein Kreis ist. Bestimmen Sie den Mittelpunkt M und den Radius r des Kreises. Zeichnen Sie den Kreis.

2. Bestimmen Sie die Gleichung der Parabel P, deren Scheitelpunkt M ist und derart, dass
$$P \cap \{y = 0\} = K_{M,r} \cap \{y = 0\}.$$
Zeichnen Sie P.

Aufgabe 2 (2+2+2+2 Punkte)**.** Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte:

1. $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1}{\sqrt{3n^2}}$

2. $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{\sqrt{n}-1}{1-n^2}$

3. $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1-(-1)^{2n}\cdot n}{n}$

4. $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{n^2+6n+6}{n(n+3)^2}$

Aufgabe 3 (2+2 Punkte)**.**
Seien $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ und $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ zwei Folgen nichtnegativer reeller Zahlen. Seien
$$x_n := \frac{a_n + b_n}{2} \qquad \text{und} \qquad y_n := \sqrt{a_n \cdot b_n}$$
für alle $n \in \mathbb{N}$.

1. Zeigen Sie: Ist $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Nullfolge, so ist auch $\lim_{n\to+\infty} y_n = 0$.

2. Zeigen Sie, dass die Umkehrung nicht gilt.

[*Tipp.* Benutzen Sie Aufgabe 6.2.]