Funktionen

Übungsblatt 12

⋆ ⋆ ⋆

Abgabe bis 12 Uhr am **6. Juli 2018** im Postfach Ihrer Tutorin bzw. Ihres Tutors.

Begründen Sie alle Ihre Antworten.

Aufgabe 1 (2+2+2 Punkte)**.** Untersuchen Sie, ob die folgenden Grenzwerte existieren und berechnen Sie sie gegebenfalls:

$$\text{a)} \lim_{n\to+\infty} \frac{\sqrt{n-1}+1}{n^2+n+1}; \quad \text{b)} \lim_{n\to+\infty} \frac{(n+1)(n^2-1)}{(2n+1)(3n^2+1)}; \quad \text{c)} \lim_{n\to+\infty} \left(n - \frac{n^2+4n}{n+2}\right).$$

Aufgabe 2 (2+2 Punkte)**.** Sei $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Folge reeller Zahlen, mit $\lim_{n\to+\infty} x_n = 2$, und $x_n \neq 2$. Bestimmen Sie die Grenzwewrte:

$$\text{a)} \lim_{n\to+\infty} \frac{x_n^2 - 3x_n + 2}{2x_n^2 - 4x_n}; \quad \text{b)} \lim_{n\to+\infty} \frac{x_n(n+3)}{(1+x_n)(3-4n)}.$$

Aufgabe 3 (1+2+3 Punkte)**.** Sei $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ die Folge

$$x_{n+1} := \frac{x_n^2+1}{4x_n^2+2} x_n$$

wobei $x_1 > 0$ beliebig ist.

1. Zeigen Sie, dass $x_n \geq 0$ für alle $n \in \mathbb{N}$.
2. Zeigen Sie, dass $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ monoton fallend ist.
3. Zeigen Sie, dass $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ konvergent ist und bestimmen Sie den Grenzwert $x \in \mathbb{R}$.