

## Funktionen

### Präsenzübungsblatt 1

\*\*\*

Zur Besprechung am 16. April 2018

Eine **mathematische Aussage** ist eine Aussage, die in einem gegebenen Kontext immer entweder wahr oder falsch ist. Je nachdem, ob eine Aussage wahr oder falsch ist, ordnen wir ihr einen Wahrheitswert  $w$ (=wahr) oder  $f$ (=falsch) zu.

**Beispiel 1.** Sei  $A = \{1, 2, 3\}$ .

- “Die Menge  $A$  ist nichtleer” ist eine mathematische Aussage. Sie ist wahr.
- “Die Menge  $A$  besteht aus zwei Elementen” ist eine mathematische Aussage. Sie ist falsch.
- “ $1 \in A$  ist das wichtigste Element von  $A$ ” ist keine mathematische Aussage.

**Beispiel 2.** “Diese Aussage ist falsch” ist keine mathematische Aussage. (Warum?)

Im Folgenden werden wir unter Aussagen stets mathematische Aussagen verstehen. Gegeben seien Aussagen  $A$  und  $B$ . Die Negation der Aussage  $A$  bezeichnen wir mit  $\neg A$  (“nicht  $A$ ”). Die Konjunktion (bzw. Disjunktion) der Aussagen  $A$  und  $B$  bezeichnen wir mit  $A \wedge B$  (bzw.  $A \vee B$ ). Zur Visualisierung der Wahrheitswerte der Verknüpfungen von Aussagen stellen wir diese in den folgenden Tabellen zusammen, die man auch “Wahrheitstafeln” nennt.

$A$	$\neg A$
$w$	$f$
$f$	$w$

$A$	$B$	$A \wedge B$	$A \vee B$
$w$	$w$	$w$	$w$
$w$	$f$	$f$	$w$
$f$	$w$	$f$	$w$
$f$	$f$	$f$	$f$

**Aufgabe 1.** Seien  $A, B$  und  $C$  Aussagen. Beweisen Sie die folgenden Aussagen mit Hilfe von Wahrheitstafeln.

- (i) Sind  $A$  und  $(A \Rightarrow B)$  wahr, so ist  $B$  wahr.
- (ii) Sind  $A$  und  $((\neg B) \Rightarrow (\neg A))$  wahr, so ist  $B$  wahr.
- (iii) Ist  $((\neg B) \Rightarrow C)$  wahr und  $C$  falsch, so ist  $B$  wahr.

**Aufgabe 2.** Gegeben seien Aussagen  $A, B$  und  $C$ . Welche der folgenden Aussagen sind stets wahr? Beweisen Sie ihre Antworten bzw. geben Sie Gegenbeispiele.

(i)  $(A \Rightarrow (B \Rightarrow C)) \Rightarrow ((A \Rightarrow B) \Rightarrow (A \Rightarrow C))$

(ii)  $(\neg A \Rightarrow \neg B) \Rightarrow (B \Rightarrow A)$

(iii)  $(C \Rightarrow A) \Rightarrow ((C \Rightarrow B) \Rightarrow (C \Rightarrow (A \vee B)))$

(iv)  $(A \Rightarrow C) \Rightarrow ((B \Rightarrow C) \Rightarrow ((A \vee B) \Rightarrow C))$

**Aufgabe 3.** Harry, Hermione und Ron gehen in die Kneipe. “Wollt Ihr alle ein Butterbier?” fragt Madam Rosmerta Harry. Er antwortet “Weiß ich nicht”. Etwas perplex wendet sie sich Hermione zu, mit der gleichen Frage. “Keine Ahnung” bekommt er von ihr zu hören. Ron sagt, als sie ihn das Gleiche fragt, nur: “Ja.” Können Sie Madam Rosmerta sagen, wie viele Gläser Butterbier sie zapfen soll, und warum?