

Funktionen

Präsenzübungsblatt 5

Besprechung am 14. Mai 2018

Aufgabe 1. Beweisen Sie die folgenden Eigenschaften des Betrags. Für $x, y \in \mathbb{R}$ gilt:

- (i) $|x \cdot y| = |x| \cdot |y|$
- (ii) $|x + y| \leq |x| + |y|$
- (iii) $||x| - |y|| \leq |x + y|$.

Aufgabe 2. Seien $a, b, c \in \mathbb{R}$, wobei $a \neq 0$. Gegebene sei die quadratische Gleichung

$$ax^2 + bx + c = 0. \quad (1)$$

Beweisen Sie die folgenden Aussagen:

- (i) Die Gleichung (1) hat (wie immer: mindestens) eine reelle Lösung genau dann, wenn $\Delta := b^2 - 4ac \geq 0$.
- (ii) Wenn $\Delta > 0$, hat die Gleichung (1) zwei reelle Lösungen, nämlich

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}.$$

Was passiert im Fall $\Delta = 0$?**Aufgabe 3.** Zeigen Sie, dass $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$.