Funktionen

Präsenzübungsblatt 8

⋆⋆⋆

Zur Besprechung am 11. Juni 2018

Winkel α	$\cos(\alpha)$	$\sin(\alpha)$
0	1	0
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{\pi}{5}$	$\frac{1+\sqrt{5}}{4}$	$\frac{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{4}$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\frac{\pi}{2}$	0	1

Aufgabe 1. Sei α ein Winkel. Zeigen Sie, dass die folgenden Aussagen gelten.

1. $\cos(2\alpha) = \cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha)$.
2. $\sin(2\alpha) = 2\sin(\alpha)\cos(\alpha)$.
3. $\cos(\alpha + \pi/2) = -\sin(\alpha)$.
4. $\sin(\alpha + \pi/2) = \cos(\alpha)$.

Aufgabe 2.

1. Entscheiden Sie, ob $\mathrm{Im}((1+i)^3 \cdot (\sqrt{3}+i)) < 0$.
2. Entscheiden Sie, ob $\mathrm{Re}((1+i)^3 \cdot (\sqrt{3}-i)) < 0$

Aufgabe 3.

1. Bestimmen Sie die Gleichung der Geraden ℓ_1 durch die Punkte $P_1 = (4, 8)$ und $P_2 = (0, 4)$.
2. Bestimmen Sie alle Punkte $P \in \mathbb{R}^2$ derart, dass $d(P, P_1) = d(P, P_2)$. Welche Teilmenge der Ebene definieren solche Punkte?

Aufgabe 4. Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Zeigen Sie:

1. f ist genau dann injektiv, wenn $|\Gamma_f \cap \{y = k\}| \leq 1$ für alle $k \in \mathbb{R}$.
2. f ist genau dann surjektiv, wenn $|\Gamma_f \cap \{y = k\}| \geq 1$ für alle $k \in \mathbb{R}$.