

Ausgewählte Kapitel der Mathematik: Gruppen und Symmetrien

Übungsblatt 12

Abgabe bis 12 Uhr am **18. Januar 2018** im Postfach Ihres Tutors oder direkt **vor** der Vorlesung in X-E0-222.

Begründen Sie alle Ihre Antworten.

Aufgabe 1 (1+2+2 Punkte).

- (i) Geben Sie alle Konjugationsklassen der Gruppe $(\mathbb{Z}_{10}, +)$ an.
- (ii) Geben Sie alle Konjugationsklassen der Gruppe (D_4, \circ) an.
- (iii) Geben Sie alle Konjugationsklassen der Gruppe (D_5, \circ) an.

Aufgabe 2 (2 Bonuspunkte).

Sei $n \geq 3$. Geben Sie alle Konjugationsklassen der Gruppe (D_n, \circ) an.

Aufgabe 3 (3 Punkte).

Bestimmen Sie $\text{Aut}(S_3)$.

Aufgabe 4 (2+2 Punkte + 2 Bonuspunkte). Sei G eine endliche Gruppe und sei $n = |G|$.

- (i) Zeigen Sie, dass $g^{|G|} = e$ für alle $g \in G$.
- (ii) Zeigen Sie, dass $|\text{Aut}(G)| \mid n!$.
- (iii) *Bonus:* Zeigen Sie, dass $|\text{Aut}(G)| \mid (n-1)!$.