

Ausgewählte Kapitel der Mathematik: Gruppen und Symmetrien

Übungsblatt 3

Abgabe bis 12 Uhr am **2. November 2017** im Postfach Ihres Tutors.

Aufgabe 1. (2+3 Punkte) Seien (G, \star) eine endliche Gruppe und $g \in G$. Beweisen Sie die folgenden Aussagen.

(i) g hat endliche Ordnung.

(ii) Die Potenzen

$$g^0, g^1, g^2, \dots, g^{\text{ord}(g)-1}$$

sind alle verschieden.

Tipp: Da G eine Gruppe ist, muss Sie alle Potenzen von g enthalten.

Aufgabe 2 (2+2 Punkte). Bestimmen Sie die Ordnung aller Elemente von:

(i) $(\mathbb{Z}_5, +)$ und

(ii) (\mathbb{Z}_5^*, \cdot)

Zur Erinnerung: $\mathbb{Z}_5^* = \{[1]_5, [2]_5, [3]_5, [4]_5\}$, siehe Blatt 2, Aufgabe 1.

Begründen Sie alle Ihre Antworten.

Aufgabe 3 (3 Punkte). Finden Sie alle Elemente der Ordnung 6 in $(\mathbb{Z}_6, +)$. Begründen Sie Ihre Antwort.