

**Ausgewählte Kapitel der Mathematik: Gruppen und Symmetrien**

## Übungsblatt 7

\*\*\*

Abgabe bis 12 Uhr am **30. November 2017** im Postfach Ihres Tutors oder direkt vor der Vorlesung in X-E0-222.

*Begründen Sie alle Ihre Antworten.*

**Aufgabe 1 (Keine Abgabe - Besprechung am 27., 28. und 29. November).**

- (i) Zeigen Sie, dass  $S_3 \cong D_3$ .
- (ii) Zeigen Sie, dass  $A_4 \cong \mathcal{D}(T)$ .

**Aufgabe 2** (1+1 Punkte). Seien  $\alpha = (1\ 4\ 3\ 2\ 6\ 8\ 7)$ ,  $\beta = (1\ 5\ 9) \in S_9$ .

- (i) Bestimmen Sie  $\alpha^4$ .
- (ii) Bestimmen Sie, ob  $\alpha^6 \circ \beta \circ \alpha \in A_9$ .

**Aufgabe 3.** (2+2+2 Punkte)

- (i) Sei  $\sigma \in S_n$  mit Zykelzerlegung (d.h. Faktorisierung als Produkt disjunkter Zyklen) der Form

$$\sigma = (a_{1,1} \dots a_{1,k_1})(a_{2,1} \dots a_{2,k_2}) \dots (a_{t,1} \dots a_{t,k_t}). \quad (1)$$

Zeigen Sie, dass  $\text{ord}(\sigma) = \text{kgV}(k_1, \dots, k_t)$ .

- (ii) Benutzen Sie (i), um die möglichen Ordnungen der Elemente von  $S_4$  zu bestimmen.
- (iii) Zeigen Sie, dass  $S_4 \not\cong D_{12}$ .

**Aufgabe 4** (2+2 Punkte). Sei

$$P_n(x) := \sum_{\sigma \in S_n} x^{\text{inv}(\sigma)}.$$

- (i) Berechnen Sie  $P_2(x)$  und  $P_3(x)$ .
- (ii) Zeigen Sie, dass  $P_n(-1) = 0$  für alle  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq 2$ .