

Ausgewählte Kapitel der Mathematik: Gruppen und Symmetrien

Übungsblatt 7

Abgabe bis 12 Uhr am **30. November 2017** im Postfach Ihres Tutors oder direkt vor der Vorlesung in X-E0-222.

Begründen Sie alle Ihre Antworten.

Aufgabe 1 (Keine Abgabe - Besprechung am 27., 28. und 29. November).

- (i) Zeigen Sie, dass $S_3 \cong D_3$.
- (ii) Zeigen Sie, dass $A_4 \cong \mathcal{D}(T)$.

Aufgabe 2 (1+1 Punkte). Seien $\alpha = (1\ 4\ 3\ 2\ 6\ 8\ 7)$, $\beta = (1\ 5\ 9) \in S_9$.

- (i) Bestimmen Sie α^4 .
- (ii) Bestimmen Sie, ob $\alpha^6 \circ \beta \circ \alpha \in A_9$.

Aufgabe 3. (2+2+2 Punkte)

- (i) Sei $\sigma \in S_n$ mit Zykelzerlegung (d.h. Faktorisierung als Produkt disjunkter Zyklen) der Form

$$\sigma = (a_{1,1} \dots a_{1,k_1})(a_{2,1} \dots a_{2,k_2}) \dots (a_{t,1} \dots a_{t,k_t}). \quad (1)$$

Zeigen Sie, dass $\text{ord}(\sigma) = \text{kgV}(k_1, \dots, k_t)$.

- (ii) Benutzen Sie (i), um die möglichen Ordnungen der Elemente von S_4 zu bestimmen.
- (iii) Zeigen Sie, dass $S_4 \not\cong D_{12}$.

Aufgabe 4 (2+2 Punkte). Sei

$$P_n(x) := \sum_{\sigma \in S_n} x^{\text{inv}(\sigma)}.$$

- (i) Berechnen Sie $P_2(x)$ und $P_3(x)$.
- (ii) Zeigen Sie, dass $P_n(-1) = 0$ für alle $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$.