Wintersemester 2017/18 Angela Carnevale

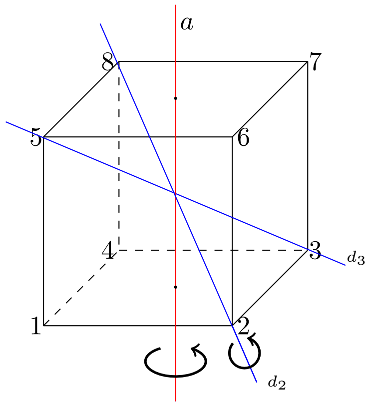
Ausgewählte Kapitel der Mathematik: Gruppen und Symmetrien

Übungsblatt 8

⋆⋆⋆

Abgabe bis 12 Uhr am **7. Dezember 2017** im Postfach Ihres Tutors oder direkt **vor** der Vorlesung in X-E0-222.

Begründen Sie alle Ihre Antworten.



Aufgabe 1 (**Keine Abgabe** - Besprechung am 04., 05. und 06. Dezember)**.**
Sei W der Würfel, mit Bezeichnungen wie im Bild. Für $i = 1, 2, 3, 4$ sei d_i die lange Diagonale des Würfels durch die Ecke i (siehe Bild). Zeigen Sie, dass die Drehgruppe des Würfels $\mathcal{D}(W)$ zur symmetrischen Gruppe auf der Menge $\{d_1, d_2, d_3, d_4\}$ isomorph ist.

Aufgabe 2 (1+1+2 Punkte)**.** Sei W der Würfel mit Bezeichnungen wie im Bild. Schreiben Sie die folgenden Drehungen von W in Zykelschreibweise einmal (a) aufgefasst als Permutationen der langen Diagonalen $\{d_1, d_2, d_3, d_4\}$ (wie in Aufgabe 1) sowie ein weiteres Mal (b) aufgefasst als Permutationen der Ecken:

(i) Drehung um die lange Diagonale d_2 um $\frac{2}{3}\pi$ (orientiert wie im Bild);

(ii) Drehung um die Symmetrieachse durch den Mittelpunkt der Kante 12 um π;

(iii) Die Elemente der Untergruppe $\langle \varrho \rangle$, wobei ϱ die Drehung um die Achse a um $\pi/2$ (orientiert wie im Bild) bezeichnet.

Aufgabe 3. (2+2 Punkte) Sei $(G, \star)$ eine Gruppe und seien H, K Untergruppen von G. Zeigen Sie oder widerlegen Sie durch ein Gegenbeispiel die folgenden Aussagen:

(i) $H \cup K$ ist eine Untergruppe von G.

(ii) $H \cap K$ ist eine Untergruppe von G.

Aufgabe 4 (4 Punkte)**.** Sei $(Q_8, \cdot)$ die Quaternionengruppe. Benutzen Sie den Satz von Cayley um eine Untergruppe $K \leq S_8$ mit $(Q_8, \cdot) \cong (K, \circ)$ zu bestimmen.